

Utazás a Titánra

1. Űrhajóval meglátogatjuk a Szaturnusz Titan nevű holdját. Legalább hány km-t kell megtennünk, ha a bolygó Nap körüli keringési ideje 29,46 év? A Föld – Nap távolság: 149,6 millió km.

Megoldás:

Kepler III. törvénye alapján:

$$\left(\frac{r_{Sz}}{1\text{CsE}}\right)^3 = \left(\frac{T_{Sz}}{1\text{év}}\right)^2 = 29,46^2$$

$$r_{Sz} = \sqrt[3]{29,46^2} \text{ CsE} = 9,54 \text{ CsE} =$$

$$= 9,54 \cdot 149,6 \text{ millió km} = 1,43 \cdot 10^9 \text{ km}$$

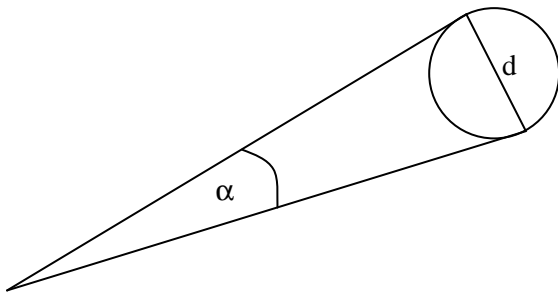
$$s \geq 1,43 \cdot 10^9 - 149,6 \cdot 10^6 \text{ km} = 1,28 \cdot 10^9 \text{ km}$$

2. A Titán átmérője. Radaros távolságmérőnk 49200 km-t jelzett, amikor az égitest látószöge 6° -ra növekedett. Mekkora a Titán átmérője?

Megoldás:

$$\frac{d}{2\pi \cdot r} = \frac{\alpha}{360^\circ}$$

$$d = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot 2\pi \cdot r = 5150 \text{ km}$$



3. A Titán tömege. 240 km magasan pályára álltunk az égitest körül. A keringési idő 165 perc volt. Mekkora a Titán tömege?

Megoldás:

$$r = 5150/2 + 240 \text{ km} = 2,815 \cdot 10^6 \text{ m}$$

$$T = 165 \cdot 60 \text{ s} = 9900 \text{ s}$$

$$F_{cp} = F_{grav} \Rightarrow mr\omega^2 = f \frac{mM}{r^2}$$

$$\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{fM}{r^3} \Rightarrow M = \frac{r^3}{f} \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2$$

$$M = \frac{(2,815 \cdot 10^6)^3}{6,67 \cdot 10^{-11}} \cdot \left(\frac{2\pi}{9900}\right)^2 = 1,35 \cdot 10^{23} \text{ kg}$$

4. Az űrhajós súlya. Le akarunk szállni a Titánra. Mekkora lesz az űrhástól 100 kg tömegű űrhajós súlya a felszínen?

Megoldás:

$$G = mg = f \frac{mM}{r^2}$$

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{100 \cdot 1,35 \cdot 10^{23}}{\left(\frac{5150}{2} \cdot 10^3\right)^2} = 136 \text{ N}$$

5. A szinkronpálya sugara. Milyen magasan keringjen az űrhajó, hogy mindig a leszállóhely fölött maradjon? A Titán tengelyforgási ideje 16 nap.

Megoldás:

$$T = 16 \text{ nap} = 16 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s} = 1,38 \cdot 10^6 \text{ s}$$

$$F_{cp} = mr\omega^2 = mr \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = f \frac{mM}{r^2}$$

$$\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = f \frac{M}{r^3} \Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{fMT^2}{4\pi^2}}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 1,35 \cdot 10^{23} \cdot (1,38 \cdot 10^6)^2}{4\pi^2}}$$

$$r = 7,58 \cdot 10^7 \text{ m} = 75800 \text{ km}$$

$$h = 75800 - 2575 \text{ km} = 73225 \text{ km}$$

6. Vissza az űrhajóhoz. Mekkora sebességgel emelkedjen fel a leszálló egység?

Megoldás:

$$v = \sqrt{\frac{f \cdot M}{r}} = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 1,35 \cdot 10^{23}}{2,575 \cdot 10^6}} \text{ m/s}$$

$$v = 1870 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 1,87 \frac{\text{km}}{\text{s}} = 6732 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

7. Vissza a Földre. Mekkora sebességgel kell indítani az űrhajót, hogy visszajusson a Földre?

Megoldás:

$$v_{szökési} = \sqrt{2} \cdot v_{kör}$$

$$v = \sqrt{2} \cdot 1870 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 2645 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$