


RELATIVITÁSELMÉLET




Összeállította:
Juhász Tibor
- 2005 -



Albert Einstein
(1879 – 1955)

1900: fizikatanon oklevelet Svájci Szabadalmi Hivatal:
III. osztályú műszaki szakértő
1905: *Annalen der Physik*
- Brown-mozgás
- speciális relativitáselmélet
- tömeg-energia ekvivalencia
- fotoelektromos effektus
1909-től Prága, Zürich (tanár)
1914: Berlin, egyetemi tanár
1916: általános relativitáselmélet,
Bose-Einstein statisztika
1920-tól: egységes térelmélet (?)
1921: Nobel-díj
„for his services to Theoretical Physics, and especially for his discovery of the law of the photoelectric effect”
1933: USA, Princeton


Maxwell-egyenletek



James Clerk Maxwell
1860-as évek

- Az elektromos mezőt töltések hozzák létre
 $\psi_{össz.} = Q/\epsilon_0$
- A mágneses mező erővonalai zárt görbék: $\phi_{össz.} = 0$
- Elektromos mező \Leftarrow változó mágneses mező
 $U_j = \Delta\phi/\Delta t$
- Mágneses mező \Leftarrow áram + változó elektromos mező
 $B \cdot 2\pi r = \mu_0 I + \mu_0 \epsilon_0 \Delta\psi/\Delta t$
eltolódási áram

Elektromágneses hullámok



Periodikusan változó és terjedő elektromágneses mező: **elektromágneses hullám**

A hullámok sebessége

- Maxwell:
$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \cdot \mu_0}} = \frac{1}{\sqrt{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 1,256 \cdot 10^{-7} \frac{m}{s}}} = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$$
- Következmény:
a fény is elektromágneses hullám (periodikusan változó, terjedő elektromos és mágneses mező)
- Newton óta tartó vita dőlt el!

A fény sebessége

$c = 300000 \text{ km/s}$

??????
Mihez képest???

Mekkora a sebességünk?

Sebesség	Mozgás	Megfigyelő
0 m/s		terem
339 m/s	forgás	űrállomás
30 km/s	keringés (a Nap körül)	Mars-szonda
250 km/s	keringés (Tejútrendszer)	távoli csillag
289997 km/s	tágulás	távoli GX

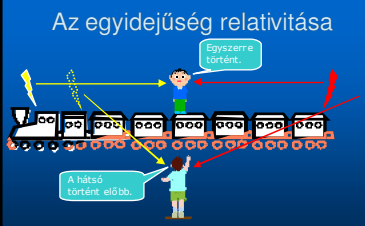
Michelson – Morley




- c: a sebesség egy abszolút nyugvó rendszerhez képest (éter).
- 1887: nagyon pontos mérések (jelenleg lézerrel: $\pm 9 \text{ m/s}$)
- Fizeau: sebesség az áramló vízben
- A fénysebesség nem függ sem a megfigyelő, sem a fényforrás mozgásától!

$c = 300000 \text{ km/s}$

Az egyidejűség relativitása



Egyszerre történt.

A hátsó történt előbb.

Egyszerre látják felvillanni a két villámot.

Ellentmondások a fizikában

A XIX. század végén:

- A fénysebesség állandó (mérés)
- A sebesség relatív (elvárás, Newton 1.)
- A tér és az idő abszolút (egyidejűség?)

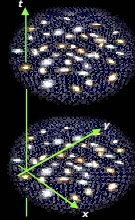
Newton:

„Az abszolút, valóságos és matematikai idő önmagában véve, és lényegének megfelelően, minden külső vonatkoztatás nélkül egyenletesen múlik.”

Speciális relativitáselmélet

Einstein, 1905.

- Nincsen abszolút tér és idő.
- Egységes szerkezetű téridő létezik.
- Az időtartamok és távolságok függnek a megfigyelőtől!!!

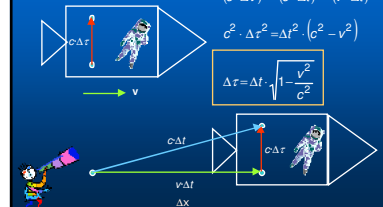


Az időtartamok relativitása

$$(c \cdot \Delta\tau)^2 = (c \cdot \Delta t)^2 - (v \cdot \Delta t)^2$$

$$c^2 \cdot \Delta\tau^2 = \Delta t^2 \cdot (c^2 - v^2)$$

$$\Delta\tau = \Delta t \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$



A sajátidő

- Az együttmozgó megfigyelő (óra) által mért idő: $\Delta\tau$
- Ez a legrövidebb időtartam két esemény között:

$$\Delta\tau = \Delta t \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

- Idődilatáció

A Pitagorasz-tétel

$$(c \cdot \Delta\tau)^2 = (c \cdot \Delta t)^2 - (v \cdot \Delta t)^2$$

$$v \cdot \Delta t = \Delta x$$

$$(c \cdot \Delta\tau)^2 = (c \cdot \Delta t)^2 - (\Delta x)^2$$

Távolság: fénymásodperc, fényév stb.:
 $c = 1$ (fényév/év)

$$\Delta\tau^2 = \Delta t^2 - \Delta x^2$$

Példa az idődilatacióra

Távolság: 4 fényév

Sebesség: $0,5c$

$\Delta t = 8$ év

$$\Delta\tau = \Delta t \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \Delta t \cdot \sqrt{1 - 0,5^2} = 8 \text{ év} \cdot 0,866 = 6,9 \text{ év}$$

Ikerparadoxon!

Mozgás a téridőben

- Más úton haladunk a téridőben
- Más távolságot teszünk meg
 - térben
 - és időben



Göcsej Intercity

Távolság: 240 km

Sebesség: $80 \text{ km/h} = 22,2 \text{ m/s}$

$\Delta t = 3 \text{ h}$, $\Delta\tau = 3 \text{ h}$

Közellítés: $\sqrt{1-x} \approx 1 - \frac{x}{2}$, ha $x \ll 1$

Eltérés a két időtartam között:

$$\Delta t - \frac{x}{2} = 3 \text{ h} - \frac{(22,2/3 \cdot 10^8)^2}{2} = 3 \cdot 10^{-11} \text{ s}$$

Bizonyítékok az idődilatacióra

- Műon: 4 km magasan keletkezik élettartama: $2,2 \cdot 10^{-6} \text{ s}$ max. út: 660 m leír a felszínre!
- Részecskék által megtett út a részecskegyorsítóban
- Mössbauer-óra (10^{-16} s pontosság) repülőgéppel a Föld körül

20 évig tartó űrutazás

Sebesség (c)	Földi idő (év)	Távolság (fényév)	Égitest
0,007% (20 km/s)	20,0000004 (2,0 év 1,4 s)	0,0006 (6,3 · 10 ⁸ km)	Püütó
10%	20,1	1	A Naprendszer határa
50%	23	6	legköz. csillagok
99%	142	70	Gemma
99,99%	1400	700	Deneb
99,9999%	15000	7500	Perseus-halmaz
99,9999999%	400000	200000	Magellán-Felhők
99,99999999%	4 millió	2 millió	Andromeda-köd

A méter definíciója

- 1791: a Föld délkörének húszmilliomod része (Bessel: 2,3 km-es hiba!)
- 1889: egy platina-irídium rúd hossza (ős-méter)
- 1960: színképvonal hullámhossza alapján
- 1983. okt. 20. Nemzetközi Mértékügyi Konferencia (Párizs):
az a távolság, amit a fény 1/299792458 s alatt megtesz.

A Lorentz-kontrakció

- $s/\Delta\tau \neq s/\Delta t$, ellentmondás!
- A mozgó test számára a távolságok lerövidülnek!
- $x = x_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$
- x_0 : saját hossz (nyugalmi hossz) az együttmozgó megfigyelő méri
- A saját hossz a legnagyobb!

Példa a Lorentz-kontrakcióra

Távolság: $x_0 = 4$ fényév
Sebesség: $v = 0,5c$

$$x = x_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 4 \cdot \sqrt{1 - 0,5^2} = 3,46 \text{ fényév}$$

Az űrhajósok számára:
3,46 fényév / 6,9 év = 0,5c

A fény mozgása

$v = c$ esetén:

$$\Delta\tau = \Delta t \cdot \sqrt{1 - \frac{c^2}{c^2}} = 0 \quad x = x_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{c^2}{c^2}} = 0$$

A fény számára nem múlik az idő!
(Minden egy pontban van!)

Sebességösszeadás

Speciális eset:

$$v = \frac{v_1 + v_2}{1 + \frac{v_1 \cdot v_2}{c^2}}$$


Példa:

1000 km/h + 2000 km/h =
2999,999999999486 km/h
(számolás pl. Excellel)

A fénysebesség határsebesség

$v_1 = c$:

$$v = \frac{v_1 + v_2}{1 + \frac{v_1 \cdot v_2}{c^2}} = \frac{c + v_2}{1 + \frac{c \cdot v_2}{c^2}} = \frac{c + v_2}{1 + \frac{v_2}{c}} = \frac{c(c + v_2)}{c + v_2} = c$$

Ugyanígy: $c + c = c$

A fénysebesség nem léphető túl!

Relativisztikus dinamika

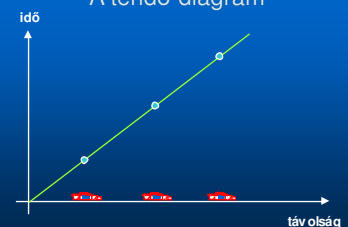
Newton 2. törvénye: $F = \frac{m \cdot a}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$
nagyobb $v \Rightarrow$ nagyobb F

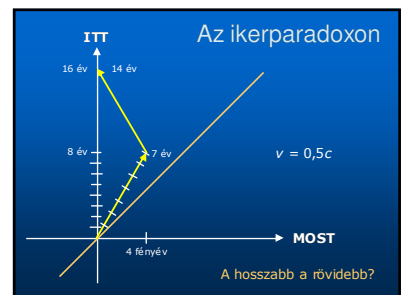
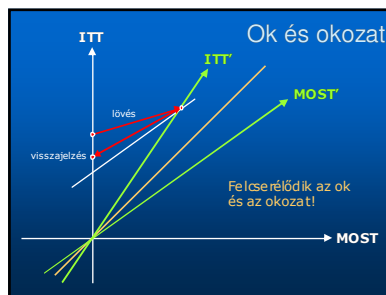
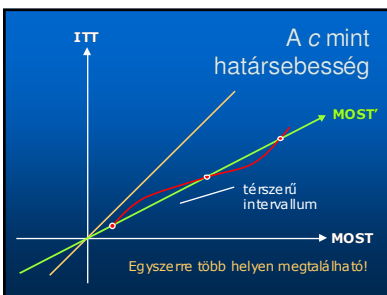
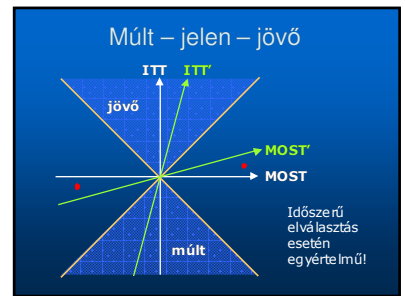
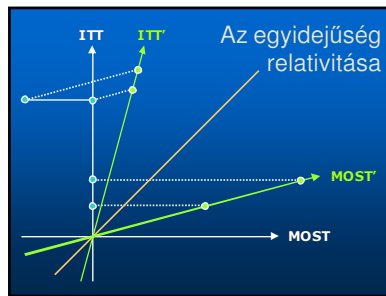
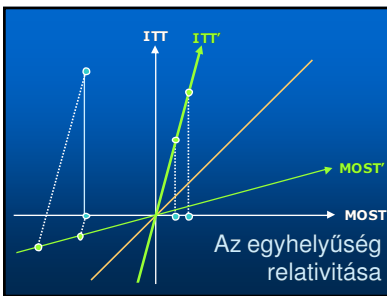
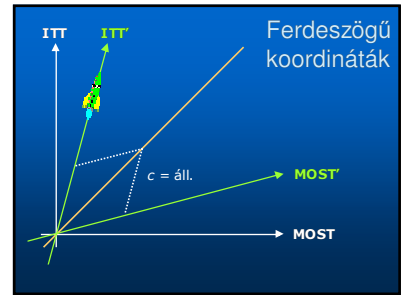
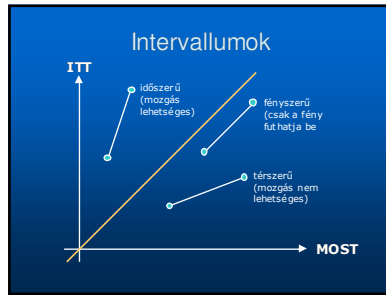
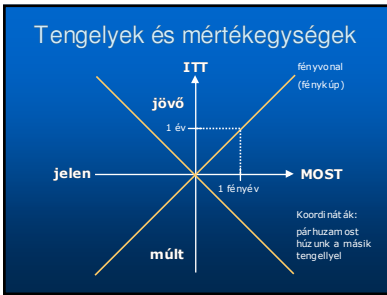
A fénysebesség nem léphető túl!

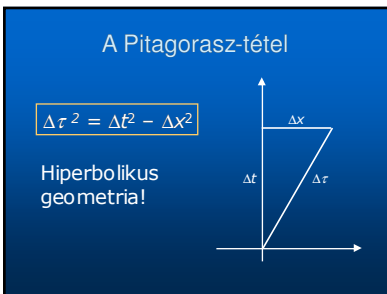
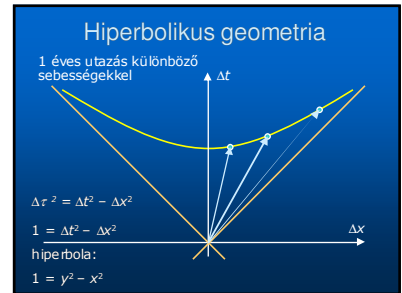
Szokás: $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ m_0 : nyugalmi tömeg

A gyorsítás során nő a test tehetetlensége

A téridő-diagram







„Semmiből egy uj j más világot teremttem”

Bolyai János (1802-1860)

- 1818: beiratkozik a bécsi katonai mérnökadémiára
- mindjárt a 4. évfolyamra vették fel
- 21 éves korában hadnagy, 24 évesen kapitány
- a hadseregben a legjobb matematikus, virtuóz hegedűs, vívó
- több párbaja haláláig végződött

- minősítési lapján: „magaviselete összeférhetetlen”
- 31 éves korában „hűlepedni” küldték (nyugdíjazták)
- zeneelmélet, hadtudomány, nyelvészet, filozófia, Údvtan (a boldogság útja)
- A tér abszolút igaz tudománya:** 1825, de csak 1832-ben jelent meg (Appendix)
- Lobachevszkij: 1826, nyomtatásban: 1829.

Tömeg-energia ekvivalencia

- $E = mc^2$
- Ahol tömeg van, ott energia is van. Ahol energia van, ott tömeg is van.
- Nó az energia \Rightarrow nó a tömeg
- Például: $v = 3 \text{ m/s}$, $m = 60 \text{ kg}$ (futás)
 $\Delta m = \Delta E/c^2 = mv^2/2c^2 = 3 \cdot 10^{-15} \text{ kg}$

Példa az ekvivalenciára

Mennyi ideig fedezné egy 60 kg tömegű tanuló Magyarország teljes villamos-energia-igényét? ($4,3 \cdot 10^{10} \text{ kWh/év}$)


$E = mc^2 = 60 \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 5,4 \cdot 10^{18} \text{ J}$
 $1 \text{ év: } 4,3 \cdot 10^{10} \cdot 1000 \cdot 3600 = 1,55 \cdot 10^{17} \text{ J}$
 $5,4 \cdot 10^{18} / 1,55 \cdot 10^{17} = 35 \text{ év !!!}$

Hogyan nyerhetjük ki belőle ezt az energiát? (\Rightarrow atommagfizika)

Egyenletes mozgás, gyorsuló mozgás

- Speciális relativitáselmélet: egyenletesen mozgó rendszerek
- Mi a helyzet a gyorsuló rendszerekkel?
- Einstein: 1907-től 1916-ig
- Általános relativitáselmélet: gyorsuló rendszerek, gravitáció

Az $E = mc^2$ következményei



- Tömeg és energia egyenértékű
 - ahol van tömeg, ott van energia
 - ahol van energia, ott van tömeg
- A fénynek (fotonnak) is van energiája
 - van tömege!
 - **hat rá a gravitáció ???**

Súlyos és tehetetlen tömeg

Súlyos tömeg



Föld

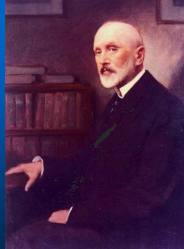
Tehetetlen tömeg

9.8 m/s²



- **Eötvös Loránd:** súlyos tömeg = tehetetlen tömeg
- **Nem tudjuk** eldönteni, hogy melyik liftben vagyunk!

Eötvös Loránd (1848-1919)



- Eötvös József fia
- 1878-tól az ELTE fizika tanszékének vezetője (Jedlik Ányos után)
- 1889-től az akadémia elnöke
- 1894-ben 7 hónapig vallás- és közoktatás-ügyi miniszter
- Méréseinek pontossága: 0,0005%
- Csak az 1970-es években tudták túlhaladni

Eötvös, a sportember




Eötvös kiegyensúlyozott egyéniség volt. Az intenzív szellemi munka mellett mindig talált időt a kikapcsolódásra, sportolásra. Rendszeresen lovagolt, 12 kilométerre lévő házából gyakran lóháton járt be egyetemi előadásait megtartani.

Nyaranta kerékpározott, és szenvedélyes sziklamászó volt. Alig tizennyolc évesen megmászta Európa második legmagasabb csúcsát, a Monte Rosa-t (4638 m). A hegymászás klasszikus korában nem maradt le a legjobb német és osztrák alpinisták mögött.

A professor lovon érkezik az egyetemre.


Cima di Eötvös




Eötvös Loránd a lányait fényképezi

Mint szenvedélyes fényképész, alpesi túráiról fényképfelvételek százait készíttette. Idősebb korában lányai is elkísérték túráira, akik szintén szenvedélyes alpinistává váltak. Hegymászó teljesítményei Dél-Tirolban annyira ismertté tették a nevét, hogy 1902-ben az egyik 2637 m magas csúcsot róla nevezték el Cima di Eötvösnek, azaz Eötvös-csúcsnak. Baráti társaságban gyakran emlegette tréfásan, hogy büszkébb hegymászó sikereire, mint a torziós inga felfedezésére.

Gravitáció – gyorsulás




Föld



9.8 m/s²

- Einstein: **nem lehet** eldönteni, hogy melyik liftben vagyunk.
- Gravitáció: az a mód, ahogy az egyik tömeg megváltoztatja a másik gyorsulását.

Általános relativitáselmélet



- Einstein (1916): a gyorsulás és a gravitáció hatásai egyenértékűek.
- Így a gravitációs térben hasonló jelenségek tapasztalhatók, mint a fénysebesség közelébe felgyorsított testeken:
 - a távolságok lerövidülnek
 - az időtartamok megnyúlnak

$$\Delta t_{\text{észlelt}} = \frac{\Delta t}{\sqrt{1 - \frac{2\gamma M}{c^2 R}}}$$

A tér görbülete

9.8 m/s²

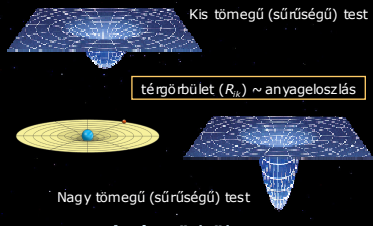


Föld



GRAVITÁCIÓ = A TÉR GÖRBÜLETE

A tér görbülete



Kis tömegű (sűrűségű) test

tér görbülete ($R_{\mu\nu}$) ~ anyageloszlás

Nagy tömegű (sűrűségű) test

A relativitás-elmélet bizonyítékai

- a Merkúr perihélium-mozgása
- a gravitációs vöröseltolódás (órák lassulása)
- a műholdak szinkronizációs jelei
- a fény elgörbülése

A fény útja

itt látjuk

itt helyezkedik el

Nagy tömegű égitest (például a Nap)
Elhajlás a Nap mellett: 1,8" (a napkorong 0,1%-a)

Nap-fogyatkozás 1919

Príncipe sziget, 1919. május 29.
A Nap körül a Hyades csillagai.

Gravitációs lencsék

gyűrű

távolsági galaxis

gravitációs lencse

Föld

Teljesen szimmetrikus esetben kör, egyébként pedig elkülönülő ívek jönnek létre.

gravitációs lencse

IV

távolsági galaxis

Föld

Gravitációs lencsék

A Világegyetem szerkezete

- Einstein, 1917: nem lehet „sík” (mint amilyenek a csillagászok látták)
- Össze kéne húzódnia!

Az üres térnek taszító gravitációja (nyomása) van
→ az üres tér is görbült ??
Hubble, 1929: a galaxisok távolodnak egymástól
„Életem legnagyobb tévedése.”

A szökési sebesség

$$v_{szökési} = \sqrt{\frac{2\gamma M}{R}}$$

M : az égitest tömege
 R : az égitest sugara
 $\gamma = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^2/\text{kg}\cdot\text{s}^2$

- Csökken a méret → nő a szökési sebesség.
- A szökési sebesség nagyobb lesz, mint a fénysebesség:

$$\sqrt{\frac{2\gamma M}{R}} > c \Rightarrow R < \frac{2\gamma M}{c^2}$$

Schwarzschild-sugár

Fekete lyuk

A Schwarzschild-sugár

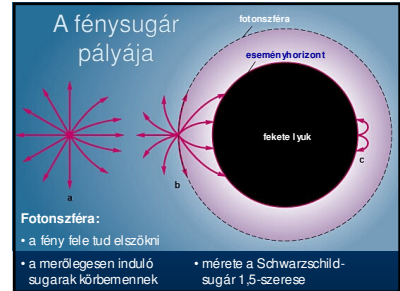


	Tömeg:	R:
Világegyetem	10^{12} galaxis	~ 30 milliárd fényév
Galaxis	$10^{11} M_{\odot}$	0,03 fényév
Nap	$2 \cdot 10^{30}$ kg	3 km
Föld	$6 \cdot 10^{24}$ kg	9 mm
Hegység	1 milliárd tonna	10^{-15} m
Ember	70 kg	10^{-25} m

A hidrogénatom sugara: $5 \cdot 10^{-11}$ m



A fény sugar pályája



Fotonszféra:

- a fény fele tud elszökni
- a merőlegesen induló sugarak körbennek
- mérete a Schwarzschild-sugár 1,5-szerese

Zuhanás egy fekete lyukba

Idő:	Távolság:	Arapály hatás:
0,1 s	1800 km	1 kg
0,01 s	390 km	500 kg
0,001 s	84 km	50 tonna
10^{-4} s	18 km	5000 tonna
10^{-5} s	4 km	$5 \cdot 10^5$ tonna

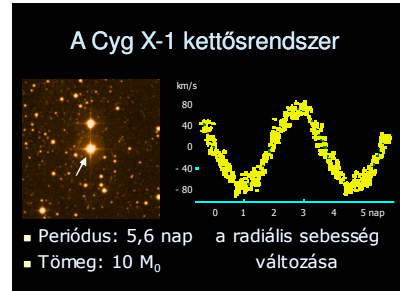


A fekete lyukak megfigyelése



- Gravitációs hatás: nagy tömegű, láthatatlan kísérő
- Röntgensugárzás: a behulló anyag okozza (akkréciós korong)


A Cyg X-1 kettősrendszer



Periódus: 5,6 nap a radiális sebesség változása

Tömeg: $10 M_{\odot}$

Erős röntgenforrások



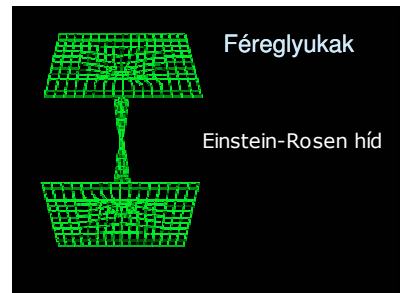
A Chandra röntgen-műhold felvétele

Szupermasszív fekete lyukak



- A galaxisok középpontjában
- Több millió – milliárd naptömeg

Féreglyukak



Einstein-Rosen híd

