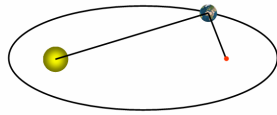
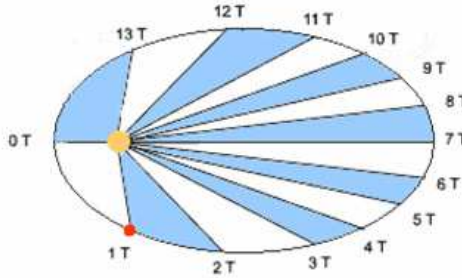


A gravitációs törvény

Kepler 1. törvénye: A bolygók olyan ellipszispályán keringenek a Nap körül, melynek egyik fókuszpontjában a Nap áll.



Kepler 2. törvénye: A Napot a bolygóval összekötő szakasz (vezérsugár) egyenlő idők alatt egyenlő területet sűrol. (⇒ napközelen nagyobb sebesség, naptávolban kisebb sebesség)



Kepler 3. törvénye: A naptávolságok köbe arányos a keringési idők négyzetével:

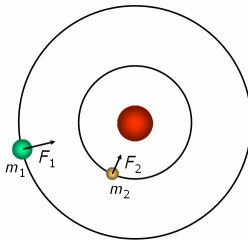
$$a^3 \sim T^2 \Rightarrow (a_2/a_1)^3 = (T_2/T_1)^2$$

A gravitációs törvény (Newton)

Körmozgás:

$$F_{cp} = m r \omega^2 = m r \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 = m r \frac{4\pi^2}{T^2}$$

$$\text{így: } \frac{F_1}{F_2} = \frac{m_1 r_1 \frac{4\pi^2}{T_1^2}}{m_2 r_2 \frac{4\pi^2}{T_2^2}} = \frac{m_1 r_1 T_2^2}{m_2 r_2 T_1^2}$$



Kepler 3. törvénye alapján: $\left(\frac{T_2}{T_1} \right)^2 = \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^3$

$$\text{így: } \frac{F_1}{F_2} = \frac{m_1 r_1 T_2^2}{m_2 r_2 T_1^2} = \frac{m_1 r_1 r_2^3}{m_2 r_2 r_1^3} = \frac{m_1 r_2^2}{m_2 r_1^2}$$

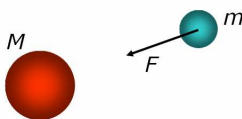
azaz: $F \sim \frac{m}{r^2}$

Gravitáció: $F \sim M/r^2$

Az $F = m \cdot a$ miatt: $F \sim m$

$$\text{így: } F \sim \frac{mM}{r^2}, \quad \boxed{F = f \frac{mM}{r^2}}$$

$f = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$ (Cavendish, 1798)



A Föld tömege

$$m \cdot g = f \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}$$

$$M = \frac{g \cdot r^2}{f} = \frac{9,81 \cdot (6371 \cdot 10^3)^2}{6,67 \cdot 10^{-11}} \text{ kg} = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

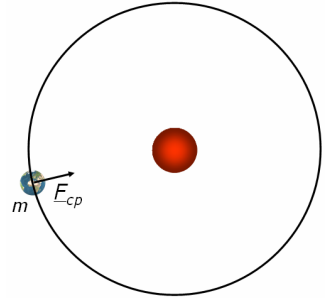
A Nap tömege

$$m \cdot r \cdot \omega^2 = f \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}$$

$$m \cdot r \cdot \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 = f \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}$$

$$M = \frac{r^3}{f} \cdot \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 = \frac{(150 \cdot 10^6 \cdot 10^3)^3}{6,67 \cdot 10^{-11}} \cdot \left(\frac{2\pi}{365 \cdot 24 \cdot 3600} \right)^2 \text{ kg}$$

$$M = 2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$$

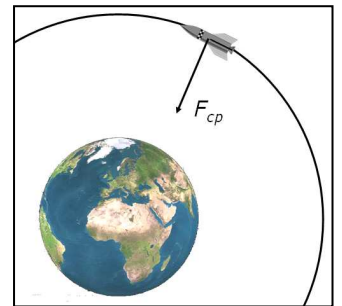


I. kozmikus sebesség (körsebesség)

$$F_{cp} = m \frac{v^2}{r} = f \frac{mM}{r^2}$$

$$v = \sqrt{\frac{fM}{r}} = 7,9 \text{ km/s}$$

$$\left(\sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}{6378 \cdot 10^3}} \right)$$



A keringési idő:

$$T = \frac{s}{v} = \frac{2\pi \cdot r}{v} = \frac{6,28 \cdot 6378 \cdot 10^3}{7900} = 5070 \text{ s} = 84 \text{ perc}$$

Geoszinkron műholdak: $T = 24$ óra

magasság:

$$m \cdot r \cdot \omega^2 = f \frac{mM}{r^2}$$

$$m \cdot r \cdot \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 = f \frac{mM}{r^2}$$

$$r^3 = f \cdot M \cdot \left(\frac{T}{2\pi} \right)^2 = 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24} \cdot \left(\frac{24 \cdot 3600}{6,28} \right)^2$$

$$r = \sqrt[3]{7,575 \cdot 10^{22}} = 4,2 \cdot 10^7 \text{ m} = 42000 \text{ km} \quad (- 6400 \text{ km})$$

II. kozmikus sebesség (szökési sebesség)

$$v = \sqrt{\frac{2fM}{r}} = \sqrt{2} \cdot v_{k\ddot{o}r} = 11,2 \text{ km/s}$$