

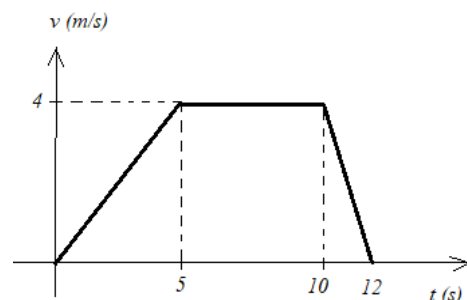
4-Newton-törvények

A nehézségi gyorsulás értéke legyen $g=10 \text{ m/s}^2$!

.1) Vízszintes talajon négy erő hat egy testre 6,6 N É-felé; 5,5 N kelet felé; 4,4 N D-felé; 3,3 N Ny-felé. A test gyorsulása $2,2 \text{ m/s}^2$. Mekkora a tömege? **(1,41 kg)**

.2) Mekkora tömegű testet mozgathatunk a nehézségi erőterben 2 m/s^2 gyorsulással felfelé illetve lefelé, ha a kötel 100 N erőt bír ki? **(felfelé max. 8,33 kg; lefelé max. 12,5 kg)**

.3) Egy toronydarú kötelére 2 tonna tömegű teher van kötve. Az emelés sebessége a grafikon szerint változik. Ábrázoljuk a kötel által kifejtette erőt az idő függvényében. **(21,6 kN; 20 kN; 16 kN)**



.4) Könnyen mozgó kiskocsiban fonálinga függ. A kocsi mozgása a földhöz képest már régóta ugyanolyan, így a fonál már beállt egy egyensúlyi helyzetbe. Milyen irányú a fonál, ha a kiskocsi...

- a) ... vízszintesen egyenletesen halad, avagy egy lejtőn lefelé gurul állandó sebességgel? **(függőleges)**
- b) ... vízszintesen a gyorsulással mozog? **($\tan\phi = a/g$)**
- c) ... α hajlásszögű lejtőn súrlódás nélkül gurul? **(lejtőre merőleges)**
- d) ... α szögű lejtőn μ súrlódási együttható mellett gurul? **($\alpha - \beta$ szöggel a függőlegeshez, ahol $\tan\beta = \mu$)**
- e) Az α szögű lejtőn guruló kocsi esetén változzon a μ súrlódási együttható 0-tól egészen $\tan\alpha$ -ig. Hogyan változik eközben a fonál állása? **(„Előre” hajlik, a lejtőre merőleges helyzettől egészen a függőlegesig.)**
- f) Hogyan áll a kocsiban lévő edényben a vízfelszín az előző esetekben? **(merőlegesen a fonál irányára)**

.5) Egy $\alpha=30^\circ$ -os hajlásszögű, súrlódásmentes lejtőre szeretnénk egyenletesen felhúzni egy 40 kg tömegű testet. Mekkora erőt kell kifejtenünk, ha lejtővel párhuzamos irányba, illetve ha vízszintes irányba húzzuk? **(200 N; 231 N)**

.6) A $\alpha=30^\circ$ -os hajlásszögű, súrlódásmentes lejtőn lefelé szeretnénk mozgatni egy testet, de csak vízszintes húzóerőt alkalmazhatunk.

- a) Legfeljebb mekkora gyorsulást érhetünk el? **(2g)**
- b) Mekkora a lejtő hajlásszöge, ha az elérhető maximális gyorsulás $3g$? **(19,47°)**

Körmozgás

.7) 72 km/h sebességű, 1000 kg tömegű kocsi pályája a völgy alján 50 m sugarú, a domb tetején 100 m sugarú körívvel közelíthető.

- a) Mekkora erővel terheli a kocsi az utat a völgy alján, illetve a domb tetején? **(18.000 N; 6.000 N)**
- b) Mekkora lehetne a domb tetején a sebessége, hogy el ne váljon az úttesttől? **(31,62 m/s)**

.8) Negyedkörív alakú, 60 m magas híd tetejéről 72 km/h állandó sebességgel jön lefelé egy autó. Végig a hídon marad-e, illetve hol válik el tőle, ha nem? **(48,2°)**

.9) 110 N -ig terhelhető, 1 m hosszú fonálon 1 kg tömegű test függőleges síkban körmozgást végez. A fonál éppen akkor szakad el, amikor a test legalul van.

- a) Mekkora a test sebessége az elszakadáskor? **(10 m/s)**
- b) Mekkora sebességnél szakadna el a fonál, ha a forgatás vízszintes síkban történne, és a fonál másik vége is ugyanabban a síkban lenne rögzítve? **(10,48 m/s)**

.10) 1500 km/h sebességű sugárhajtású repülőgép vízszintes síkban fordul.

- a) Mekkora lehet fordulókör sugara, ha a pilóta gyorsulása nem haladhatja meg a nehézségi gyorsulás 5-szörösét? **(legalább 3472 m)**
- b) Mekkora a 75 kg-os pilóta súlya és tömege eközben? **(3824 N; 75 kg)**

.11) 1500 km/h sebességű sugárhajtású repülőgép függőleges síkban fekvő körpályán mozog.

- a) Mekkora lehet kör sugara, ha a pilóta gyorsulása nem haladhatja meg a nehézségi gyorsulás 5-szörösét? **(legalább 3472 m)**
- b) Mekkora a 75 kg-os pilóta súlya és tömege eközben? **(alul 4500 N és 75 kg; felül 300 N és 75 kg)**

.12) Egy 100 m széles folyó két oldalát domború körív alakú híd köti össze. A híd által meghatározott körszelet magassága 10 m. A híd maximális teherbíró képessége 50 000 N. Áthaladhat-e a hídon, és ha igen, milyen állandó sebességgel egy 6 000 kg tömegű autó? **(igen, minimum 53,0 km/h-val)**

.13) Egy korcsolyázónak 73°-kal kell a vízszinteshez képest bedőlnie, hogy a 60 méter sugarú kanyarban haladhasson. (A jég által kifejtett erő a korcsolyázó testének irányába mutat!)

- a) Mekkora a korcsolyázó sebessége? **(13,54 m/s)**
- b) Mi biztosítja a centripetális erőt, ha a jég síkos? **(a jég)**

.14) Egy 5,1 kg tömegű golyót 2,4 m hosszú fonálra kötve, kúpingát készítünk úgy, hogy a golyó vízszintes síkban körmozgást végez, miközben a fonál a függőlegessel állandó α szöget zár be.

- a) Mekkora ez a szög, ha a fonálerő 60 N? **(31, 8°)**
- b) Mekkora a golyó kerületi sebessége? **(2,80 m/s)**
- c) Mekkora a periódusidő? **(2,84 s)**
- d) Mekkora erőt kellene kibírnia a fonálnak elszakadás nélkül, ha harmadekkora periódusidőt szeretnénk? **(540 N)**
- e) Mekkora kerületi sebesség esetén lenne kétszer ekkora a periódusidő? **(Nem lehet!)**
- f) Adjuk meg és ábrázoljuk α függvényében, a (0-90°) intervallumon a kötélerőt, a periódusidőt és a kerületi sebességet. $\left[K = mg/\cos\alpha; T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g\cos\alpha}}; v = \sqrt{lg\frac{\sin^2\alpha}{\cos\alpha}} \right]$
- g) Mekkora lesz a kerületi sebesség a maximális periódusidő esetén? **(0 m/s-hoz tart)**

.15) Egy 0,5 m sugarú félgömb belsejében vízszintes síkban körbe gurul egy golyó, a gömb aljától számítva 0,1 m magasságban.

- a) Mennyi idő alatt fut körbe a golyó? **(0,889 s)**
- b) Ha kisebb periódusidőt szeretnénk, akkor a golyót magasabban vagy alacsonyabban, kisebb vagy nagyobb sebességgel kell-e vízszintesen meglökni a félgömbben kezdetben? **(magasabban, 0,376 m; nagyobb sebességgel)**
- c) Mekkora az elérhető legnagyobb és legkisebb periódusidő? **(0 s; 1,405 s)**

.16) Az egyenlítő mentén épült vasútvonalon két mozdony halad ellentétes irányban, tömegeik 25.000 kg-osak, sebességeik 72 km/h. A Föld sugara 6.400 km.

- a) A Föld forgását is figyelembe véve, melyik nyomja kisebb erővel a síneket? **(NY-ről K-re mozgó)**
- b) Mekkora ez a különbség? **(145,4 N)**

.17) Egy lefelé, 3 m/s² gyorsulással mozgó lift mennyezetéhez rögzített 70 cm hosszú fonálra kötött golyó egyenletes közmozgást végez a liftből nézve vízszintes síkban, miközben a lefelé hajló fonál 26°-os szöget zár be a függőlegessel.

- a) Mekkora a periódusidő? **(1,88 s)**
- b) Mekkora legyen a lift gyorsulása, hogy a periódusidő ugyanekkora szög mellett kétszer ekkora, ill. harmadekkora legyen? **(8,25 m/s² lefelé, ill. 53 m/s² felfelé)**
- c) Mekkora az elérhető legnagyobb és legkisebb periódusidő, ha a lift gyorsulását alkalmasan megválaszthatjuk? **(bármely pozitív szám lehet)**
- d) Mekkora a gyorsulás nagysága és a kötélerő akkor, ha a gyorsulás iránya lefelé mutat, és g-nél nagyobb abszolútértékű, miközben a fonál a függőlegeshez 26°-os szögben hajlik, és a periódusidő 2 s? **(16,21 s)**

.18) Egy felfelé álló, $\alpha=90^\circ$ nyílásszögű tölcser tengelye körül $n=30/\text{perc}$ fordulatszámmal forgatunk. A tölcserben van egy golyó, mely a nem túl nagy súrlódás hatására a tölcserrel együtt mozogva körmozgást végez.

- a) Milyen magasan lesz a körpálya síkja a tölcser legalsó pontjától? **(1,01 m)**

b) Fejezzük ki a h magasságot α és n segítségével! $\left(h = \frac{g}{4\pi^2 n^2 t g^2 \frac{\alpha}{2}}\right)$

.19) Vékony csövet olyan alakra hajlítunk, mely egy $v_0 = 20 \text{ m/s}$ -os sebességgel, $\alpha = 60^\circ$ -ban ferdén elhajított test pályája. Ebben a csőben állandó $v_0 = 20 \text{ m/s}$ nagyságú sebességgel végighalad egy kicsi test. Mekkora erővel nyomja a cső falát ez a kicsi test...

- a) ...a pálya legmagasabb pontján? (**3 mg**)
- b) ...a maximális magasság $3/4$ -énél? (**0,972 mg**)
- c) Hol nem fejt ki erőt a pályára? (**a legelején és a legvégén**)
- d) Adjunk képletet az általános esetre, amikor a pálya egy α szögű hajításból származik, amin a test a hajítás állandó kezdősebességével halad végig. Paraméterként használjuk azt a ϕ szöget, melyet a pálya adott pontjánál a sebesség iránya a vízszintessel bezár. Adjuk meg a nyomóerő irányát és nagyságát! (**Mindenütt a cső „felső” oldalát nyomja $mg \cos \phi \left(1 - \frac{\cos^2 \phi}{\cos^2 \alpha}\right)$ erővel**)

.20) Egy 2 kg tömegű kiskocsin $0,5 \text{ kg}$ tömegű, $0,64 \text{ m}$ hosszú inga függ. A kocsit fogva, az ingát feszes fonállal vízszintes helyzetbe hozzuk, majd a rendszert magára hagyjuk. Az inga legalsó helyzetében a kocsihoz viszonyított relatív sebessége 4 m/s . Súrlódás nincs.

- a) Inerciarendszer-e a kocsi rendszere, amikor a golyó alul van? (**igen**)
- b) Mekkora kocsihoz képesti pályájának görbületi sugara, mekkora erővel húzza a kötelet alul? (**0,64 m, 30 N**)
- c) Mekkora a golyó földről látható pályájának görbületi sugara? (**0,4096 m**)
- d) Mekkora az inga elmozdulása a kezdőhelyzettől addig, amíg a fonal ismét vízszintes lesz? (**1,024 m**)

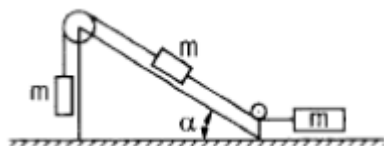
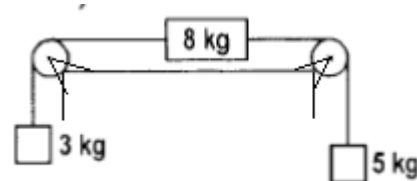
Pontrendszer

.21) $0,2 \text{ kg}$ és $0,4 \text{ kg}$ tömegű testeket legfeljebb 6 N erőt kibíró, elhanyagolható tömegű zsinag köt össze. A kisebb tömegű testet megfogva azt függőlegesen felfelé emeljük (esetleg gyorsulva).

- a) Mekkora erővel emelhetjük, hogy a zsinag el ne szakadjon? (**legfeljebb 9N**)
- b) Mekkora lehet a gyorsulásuk? (**legfeljebb 5 m/s^2**)

.22) Egy m tömegű majom mászik egy $2m$ tömegű felakasztott függőleges rúdon felfelé. A rudat függesztő kötél elszakad, de ebben a pillanatban a majom a rúdon egyre gyorsabban szalad felfelé, így végül a talajtól mindig ugyanolyan távol marad. Mekkora gyorsulással mozog a rúd lefelé? (**15 m/s^2**)

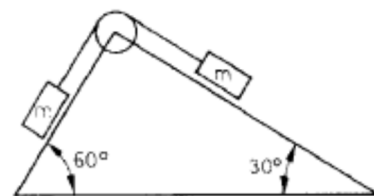
.23) Keressük a súrlódásmentes asztalon lévő tömegek közötti kötelerőket és a gyorsulásokat. (**$33,75 \text{ N}$; $43,75 \text{ N}$; $1,25 \text{ m/s}^2$**)



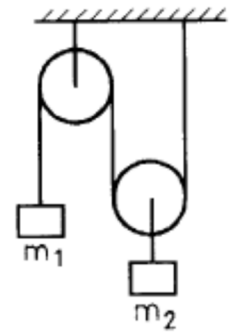
.24) Súrlódás nincs, keressük a gyorsulást és a kötelerőket (m és α paraméternek tekintendő)?
[$g(1-\sin\alpha)/3$; $mg(1-\sin\alpha)/3$; $mg(2+\sin\alpha)/3$]

.25) A tömegek 5 kg -osak, súrlódás nincs, a lejtő rögzített.

- a) Mekkora a testek gyorsulása? (**$1,83 \text{ m/s}^2$**)
- b) Mekkora erő terheli a csiga tengelyét? (**$48,30 \text{ N}$**)

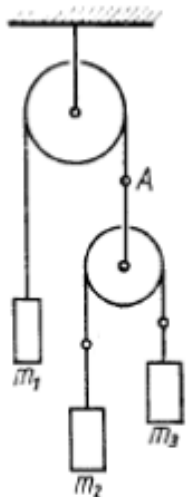


.26) A csigák és a kötelek tömege elhanyagolható, a kötelek nyújthatatlanok. $m_1=2$ kg, $m_2=3,5$ kg. Mekkora a kötelerők és a gyorsulások? (**18,26 N; 0,435 m/s²; 0,870 m/s²**)



.27) Egy mérlegre $M=5$ kg-os, 30° -os lejtőt rögzítünk, amire egy $m=3$ kg-os testet hagyunk lecsúszni súrlódás nélkül.

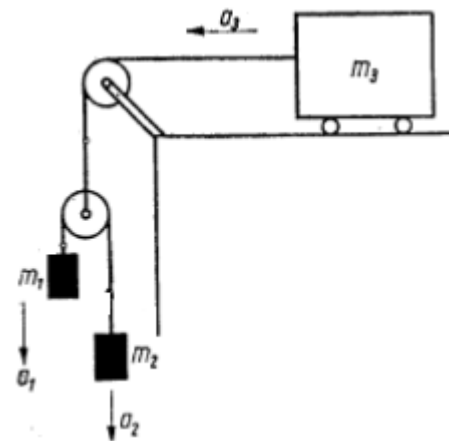
- Mekkora erővel nyomja a lejtő a mérleget a lecsúszás közben? (**72,5N**)
- Mit mutat a mérleg? (**7,25 kg**)
- Mekkora a testek tömege lecsúszás közben? (**5 kg, 3 kg**)
- Adjuk meg a mérleget nyomó erőt paraméteresen is! (**$(M+m\cos^2\alpha)g$**)
- Mekkora legyen a lejtő hajlásszöge, hogy a mérleg 6 kg-ot mutasson? (**54,74°**)



.28) *Legyen $m_1=3$ kg, $m_2=2$ kg, $m_3=1$ kg! A kötelek nyújthatatlanok, továbbá a csigákkal együtt elhanyagolható tömegűek.

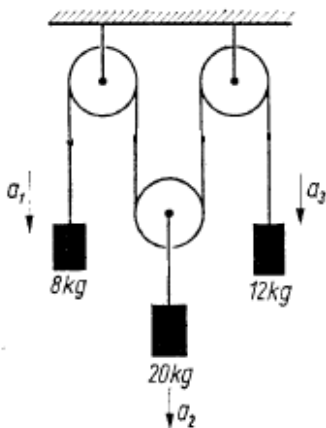
- Keressük a kötelerőket és a gyorsulásokat? (**14,12 N; 28,24 N; $g/17$; $5g/17$; $-7g/17$**)
- Fejezzük ki az állócsigát tartó kötelerőt paraméteresen! (**$16g/(4/m_1+1/m_2+1/m_3)$**)

.29) *Legyen $m_1=6$ kg, $m_2=2$ kg, $m_3=19$ kg! Keressük a kötelerőket és a gyorsulásokat? (**0,62g; -0,14g; 0,24g; 22,8N; 45,6N**)



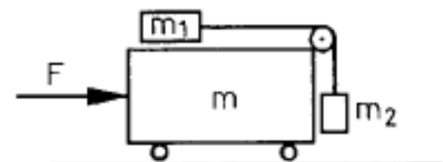
.30) *Mekkora a gyorsulások? (**-11g/49 felfelé; g/49; 9g/49**)

- Számítsuk ki paraméteresen a kötelerőt! (**$4g/(1/m_1+4/m_2+1/m_3)$**)
- Változtassuk meg m_3 értékét úgy, hogy a rendszert magára hagyva m_3 mozdulatlan maradjon! (**9,23 kg**)



.31) *Az ábrán sehol nincs súrlódás.

- Mekkora erővel kell tolni a szekeret, hogy ne mozduljanak el a téglák a szekerhez képest, ha $m_1=1$ kg, $m_2=2$ kg; $m=3$ kg? (**$F=120$ N**)
- $F=150$ N esetén keressük a testek gyorsulásait! (1. tégl: **23,53 m/s²**, a szeker: **25,29 m/s²**, a 2. tégl: **25,35 m/s²**, de a függőleges komponense felfelé mutat!)
- Keressük meg F , m_1 , m_2 , m paraméterek esetén a gyorsulásokat, és a kötelerőt!
- Mekkora F erő esetén lesz a fent megadott tömegek mellett a 2. tégl földhöz képesti gyorsulásvektora nagyságú? (**59,64 N tolóerő, avagy -23,64 N húzóerő esetén**)
- Az adott tömegek mellett előfordulhat-e balról jobbra mutató tolóerő esetén, hogy a szeker gyorsulása jobbról balra mutat? (**igen, $F < 6,67$ N esetén**)



.32) Egy 8 kg-os, 30°-os, nem rögzített, lejtőn 2 kg-os testet magára hagyunk. Kezdetben mindkettő állt. Súrlódás nincs.

- a) Mekkora erővel kell nyomni a lejtőt, hogy a test a lejtőhöz képest ne mozogjon, illetve mekkora ekkor a test és a lejtő közötti erő, ill. a talajra ható erő?

(57,74N; 23,09N; 100N)

- b) *Számoljuk ki az erőket és a gyorsulásokat, ha a lejtőt F erő tolja, a testek tömege pedig M és m az ábra szerint. (paraméter!), majd ennek segítségével válaszoljunk az előző és az alábbi kérdésekre is!

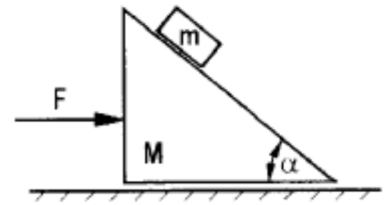
[A kis test: $a_x = \frac{F + \sqrt{3}Mg}{4M+m}$, $a_y = \frac{(M+m)g - \sqrt{3}F}{4M+m}$, a lejtő: $A = \frac{4F - \sqrt{3}mg}{4M+m}$, egymást nyomják $T = \frac{2m}{4M+m}(F + \sqrt{3}Mg)$ erővel, a talaj tartóereje $N = Mg + \frac{\sqrt{3}}{2}T$]

- c) Legyen most $F=0$ N. Mekkora a gyorsulások a talajhoz képest? (1,02 m/s² lejtőé balra; 5,03 m/s²)

- d) Mekkora F erő esetén nem mozdul el a lejtő a talajon? (8,66 N)

- e) Mekkora legyen F , hogy a kicsi test mg erővel nyomja a lejtőt? (31,44 N)

- f) Legfeljebb mekkora lehet a kis testnek a maximális, lejtőhöz képesti gyorsulása lefelé csúszáskor, illetve mekkora F oldalirányú erő esetén valósul ez meg? (20 m/s², -138,56N)



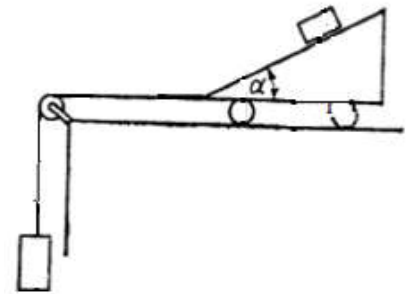
.33) *Súrlódás nincs. Számoljuk ki $\alpha=30^\circ$ esetén a gyorsulásokat, a lejtő és a test közötti nyomóerőt és a kötélerőt...

- a) $m_1 = 4$ kg, $m_2 = 6$ kg, $m_3 = 3$ kg esetén. (5,04 m/s²; 1,27m/s²; 1,27m/s²; 26,20 N)

- b) ...általában, paraméteresen.

- c) Milyen tömegviszonyok esetén nem mozog m_1 a lejtőhöz képest? (m_3 az össztömeg 57,7%-a legyen)

- d) Milyen tömegviszonyok esetén áll a lejtő? ($m_3/m_1=0,433$)



.34) *Súrlódás nincs, a nagy lejtő rögzített. $\alpha=30^\circ$, $\beta=30^\circ$, $\lambda=m_1/m_2=0,25$

- a) *Mekkora a gyorsulások? (8,90 m/s²; 4,12m/s²)

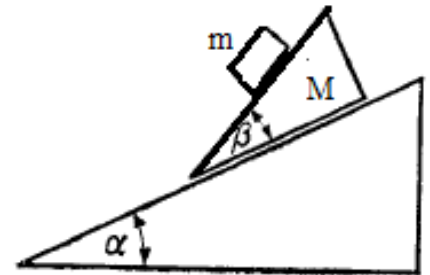
- b) *Mekkora a csúszó lejtő alsó és felső lapjánál fellépő nyomóerők aránya? ($10/\sqrt{3}$)

- c) *Oldjuk meg paraméteresen! $a_x = \frac{3\sqrt{3}}{2(4+\lambda)}g$; $a_y = \frac{5+2\lambda}{2(4+\lambda)}g$;

$$A_x = \frac{\sqrt{3}(2-\lambda)}{2(4+\lambda)}g \quad A_y = \frac{2-\lambda}{2(4+\lambda)}g \quad T = \frac{2\sqrt{3}(m_1+m_2)g}{4+\lambda}; \quad N = \frac{3m_1g}{4+\lambda}$$

- d) *Milyen λ esetén nem mozog m_1 a lejtőhöz képest?

- e) Milyen λ esetén áll a kicsi lejtő?

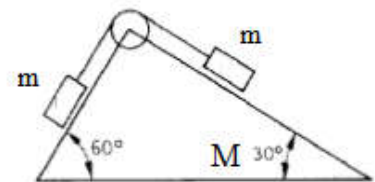


.35) Az M tömegű ék a vízszintes asztalon, illetve az m tömegű téglák az éken súrlódás nélkül mozoghatnak, miután a rendszert magára hagyjuk az ábra szerinti helyzetben.

- a) Adjuk meg az ék és a téglák földhöz viszonyított gyorsulásait és a kötélerőt, ha $m=M=5$ kg. (ék 1,209 m/s²; téglák 2,303 m/s²; 1,719 m/s²; kötélerő 33,04 N)

- b) Létezik-e olyan $\lambda=M/m$ tömegarány, aminél a bal oldali téglá vízszintesen nem gyorsul az asztalhoz képest? (igen, $\lambda = \sqrt{3} - 1$)

- c) Milyen határok közé eshet az ék gyorsulása, továbbá a tégláknak az ékhez képesti gyorsulása, illetve a kötélerő és a nyomóerők, ha a tömegarányt alkalmasan választjuk $\lambda \in (0; \infty)$ intervallumból?



(ék $A \in \left(0; 2,343 \frac{m}{s^2}\right)$); a téglák relatív gyorsulása az ékhez képest: $a \in \left(1,830 \frac{m}{s^2}; 2,656 \frac{m}{s^2}\right)$ mindkettő csökkenő függvénye λ -nak.

d) A kötélerőt, a bal- és jobboldali nyomóerőt.

$[K \in (0,640mg; 0,683mg) \quad T_1 \in (0,297mg; 0,500mg), \quad T_2 \in (0,866mg; 0,983mg)]$

K és T_1 növekvő, T_2 csökkenő függvénye λ -nak]