

13 - Elektrosztatika

.1) Egy vékony szigetelő rúdra felfűzünk egy q töltésű gyöngyöt, amely szabadon csúszhat a rúd két végére rögzített Q egy és $9Q$ nagyságú töltéssel rendelkező gyöngyök között.

.a) Milyen előjelűnek kell lennie az egyes töltéseknek, hogy egyensúlyban legyen a középső töltés a rúd valamely közbenső pontjában? **(a szélső töltések azonos előjelűek)**

.b) Mikor lesz ez az egyensúly stabil? **(mindhárom azonos előjelű)**

.c) Hogyan helyezkednek el ekkor a gyöngyök? **(Q -tól számított első negyedelőpontban)**

.2) A Q és a $-4Q$ ellenkező előjelű töltéseket egymástól L távolságra helyezünk el.

Keressük meg ...

.a)a közös egyenesükön...

.b) ...a térben... azt a pontot, ahol egy harmadik töltés nyugalomban lehet. **(L ill. ---)**

Keressük meg ...

.c)a közös egyenesükön... **($L/4$, $L/3$ a kicsi töltéstől)**

.d) ...a térben... **($\frac{8}{15}L$ átmérőjű Apolloniosz-gömb)**

... azt a pontot, ahol a két töltés közös terének potenciálja 0.

.3) Egy négyzet csúcaiban egyenlő Q pontszerű töltések helyezkednek el. Mekkora és milyen előjelű töltés van a négyzet átlóinak metszéspontjában, ha az egész rendszer egyensúlyban van? **($-\frac{1+2\sqrt{2}}{4}Q$)**

.4) Egy $Q_1 = 5 \cdot 10^{-8} \text{ C}$ töltéstől délre 8 cm -re a $Q_2 = 3 \cdot 10^{-8} \text{ C}$ töltés, keletre 15 cm távolságban pedig egy ismeretlen q töltés helyezkedik el.

.a) Mekkora a q töltés, ha a Q_2 -re ható erő keleti irányú? **($-4,80 \cdot 10^{-7} \text{ C}$)**

.b) Hányszorosára változna q értéke, ha Q_1 -et nem változtatva a megadott távolságokat felére csökkentenénk és közben Q_2 értékét 3,56-szorosára növelnénk és továbbra is elvárnánk a Q_2 -re ható keleti irányú erőt? **(8)**

.5) Két pontszerű, azonos $m = 0,2 \text{ g}$ tömegű, elektromosan töltött fémgolyót egyenlő $l = 0,8 \text{ m}$ hosszúságú szigetelőfonalakra függesztünk, majd a fonalakat közös pontban rögzítjük.

.a) Az azonos töltésű golyók egyensúlyban 12 cm -re helyezkednek el egymástól. Mekkora a töltésük? **($\pm 1,55 \cdot 10^{-8} \text{ C}$)**

.b) Kezdetben a golyók közötti távolság nagyon kicsi a fonalak hosszához képest. Hányszorosára változik a köztük lévő távolság - az új egyensúlyi helyzet beállta után -, ha az egyik (negatív töltésű) golyót UV fénnel megvilágítva

az pillanatszerűen elveszíti töltését? **($\sqrt[3]{\frac{1}{4}} \approx 0,630$)**

.c) Ha a két golyó nem azonos nagyságú töltéssel rendelkezik, akkor egyensúlyi helyzetükben fonalaik azonos szöggel hajlanak-e a függőlegeshez? Adjunk részletes magyarázatot! **(igen)**

.d) A golyók egyensúlyban 12 cm -re helyezkednek el egymástól. Mekkora a töltésük, ha az egyik töltés a másik négyszerese? **($0,775 \cdot 10^{-8} \text{ C}$ és $3,10 \cdot 10^{-8} \text{ C}$)**

.6) Két azonos méretű és tömegű elektromosan töltött fémgolyó egyenlő hosszúságú, közös pontban felfüggesztett szigetelőfonalakon lógva egyensúlyban van.

.a) A berendezést $0,8 \text{ g/cm}^3$ sűrűségű petróleumba merítve, a fonalak szöge nem változik meg. A petróleum relatív permittivitása 2. (Felére csökken a Coulomb-törvényben a „ k ” arányossági tényező.)

Mekkora a golyók sűrűsége? **($1,60 \text{ g/cm}^3$)**

.b) A fonalak eredeti szöge 60° . A berendezést petróleumba merítve, a fonalak szöge 54° -ra csökken. Mekkora a golyók sűrűsége? **($2,56 \text{ g/cm}^3$)**

.7) Két 5 g tömegű és azonos töltésű fémgolyó egyike az asztalon van rögzítve, másika egy 20 cm hosszú szigetelő fonálra van akasztva, a fonál pedig az asztalon lévő golyó felett 20 cm magasan van rögzítve. A taszítás miatt a fonál szöge 30° . Mekkora a golyók töltése? (**$5,55 \cdot 10^{-8} \text{ C}$**)

.8) Tekintsük a pozitív Q és a negatív $-q$ töltést az alábbi 3 szituációban:

a.) A rögzített Q körül r sugarú körpályán kering a $-q$ töltés.

b.) A rögzített $-q$ körül r sugarú körpályán kering a Q töltés.

c.) A két töltés csupán egymás hatása alatt állva, körpályán keringenek, egymástól r távolságra.

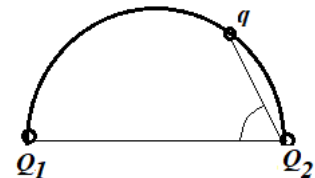
Adjuk meg mindhárom esetben, hogy a rendszer összes mozgási energiája hányad része a töltések közötti kölcsönhatási energiának. A keringés miatti sugárzási veszteséget és a gravitációs vonzást elhanyagoljuk. (**-0,5**)

.9) Az ábra szerint pontszerű $Q_1=Q$ és $Q_2=2Q$ töltések vannak rögzítve egy félkörív két végpontjában, és a félköríven súrlódás nélkül csúszhat egy, a rögzítettekkel azonos előjelű q töltésű kicsi test.

a.) Hol van egyensúlyban? (**$51,56^\circ$**)

b.) Milyen jellegű az egyensúlyi helyzete? (**stabil**)

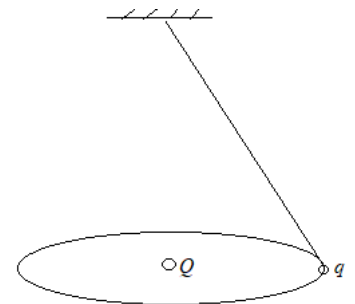
c.) Mi lenne a válasz a fenti kérdésekre, ha a mozgó töltés előjele ellentétes lenne a rögzítettekével? (**u.ott, labilis**)



.10) Az ábrán látható 8 g tömegű, $q = 10^{-8} \text{ C}$ töltés egy 5 cm hosszú fonalra függesztve, egyenletes körmozgást végez egy, a síkjában rögzített $Q = -10^{-7} \text{ C}$ töltés körül. A kör 3 cm sugarú.

a.) Mekkora erő feszíti a fonalat? (**$1,00 \cdot 10^{-2} \text{ N}$**)

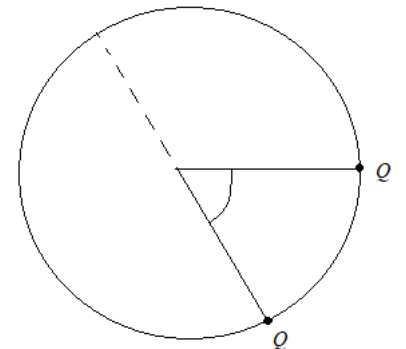
b.) Mennyi a keringési idő? (**0,243 s**)



.11) Két azonos ólomgolyó sugarának nagysága elhanyagolható a köztük lévő távolsághoz képest. A köztük lévő gravitációs vonzóerő lerontására mindkettőtől ugyanannyi db elektront veszünk el. Az ólom moláris tömege 207 g/mol, rendszáma 82. A golyók összes elektronjainak hányad részét kell elvenni? (**$2,26 \cdot 10^{-18}$**)

.12) Egy $R = 10 \text{ cm}$ hosszú fonál végére $m = 1 \text{ g}$ tömegű Q töltésű golyót erősítünk.

Az inga felfüggesztési pontjának magasságában, attól R távolságban az ingáéval azonos töltésű kis testet rögzítünk. Ha az ingát a vízszintes helyzetből lefelé, $\alpha = 60^\circ$ -os helyzetből elengedjük, az inga fonala éppen félkör megtétele után lazul meg. Mekkora a Q töltés? (**$2,06 \cdot 10^{-7} \text{ C}$**)



.13) Az azonos előjelű, $Q_1 = +10^{-8} \text{ C}$ és $Q_2 = +4 \cdot 10^{-8} \text{ C}$ pontszerű, rögzített töltések távolsága $d = 24 \text{ cm}$. Keressük azon pontokat ...

a.) ...a két töltés egyenesén, ahol a télerősség 0. (**8 cm-re Q_1 -től, a szakaszukon**)

b.) ...a térben, ahol a télerősség 0. (**az egyenesen kívül nincs**)

c.) Milyen az ezen pontokba helyezett harmadik q töltés egyensúlyi helyzete? (**nyeregponti egyensúly, labilis**)

d.) Keressük meg azon pontokat a térben, ahol a potenciál 0 lesz. (**nincs**)

.14) Oldjuk meg az előző feladatot úgy, hogy a rögzített töltések ellentétes előjelűek, pl.: $Q_1 = +10^{-8} \text{ C}$, $Q_2 = -1,5 \cdot 10^{-8} \text{ C}$ és $d = 24 \text{ cm}$.

(A töltések egyenesén, a Q_1 -től 107 cm-re, kifelé.)

(Az egyenesen kívül nincs egyensúly.)

(Stabilis az egyensúly, ha q pozitív, és labilis, ha q negatív.)

(A potenciál egy gömbfelület mentén 0.)

- .15)** Egy 10 cm oldalhosszúságú szabályos háromszög csúcsaiban $+5 \cdot 10^{-7} \text{ C}$ nagyságú pontszerű töltések vannak.
Mekkora a térerősség és a potenciál a...
- .a)** ... a háromszög középpontjában? (0 N/C ; $2,34 \cdot 10^5 \text{ V}$)
.b) ... a háromszög oldalának felezőpontjában? ($6 \cdot 10^5 \text{ N/C}$; $2,32 \cdot 10^5 \text{ V}$)
- .16)** Egy derékszögű háromszög két befogója 30 cm és 40 cm, csúcsaiban pedig $+10^{-9} \text{ C}$ nagyságú pontszerű töltések vannak. Keressük a térerősséget és a potenciált az átfogóhoz tartozó magasság talppontjában.
($145,9 \text{ N/C}$; $115,6 \text{ V}$)
- .17)** Két, $Q = 10^{-8} \text{ C}$ nagyságú, de ellenkező előjelű töltéssel ellátott pontszerű test $d = 0,1 \text{ m}$ -re van egymástól. A d távolság felezőmerőleges-síkjának mely pontjaiban lesz a térerősség $E = 300 \text{ V/m}$? És mely pontokban lesz $E' = 10^6 \text{ V/m}$? (**$30,7 \text{ cm}$ sugarú kör; -**)
- .18)** Koncentrikus egymással két fémből készült gömbhéj. A kicsi gömbhéj belső- és külső sugarai R és $2R$, a nagyé $3R$ és $4R$. A kis gömbhéj fémtestére $+Q$, a nagyra pedig $-3Q$ többlettöltést viszünk.
- .a)** Adjuk meg, hol és mekkora töltés helyezkedik el a rendszerben.
(**kifelé haladva rendre: $0, Q, -Q, -2Q$ a felületeken**)
- .b)** Ábrázoljuk az egyes térrészekben kialakuló elektromos teret erővonalakkal.
(**$2R$ és $3R$ között sugárirányban kifelé, $4R$ után sugárirányba befelé, dupla annyi erővonal**)
- .c)** Ábrázoljuk az elektromos térerősséget a középponttól mért x távolság függvényében.
.d) Ábrázoljuk a potenciált a középponttól mért x távolság függvényében, ha a végtelen távoli pont potenciálját választjuk 0 -nak.
- .19)** $R_1 = 1 \text{ m}$ és $R_2 = 2 \text{ m}$ sugarú vezető anyagú, vékonyfalú gömbhéjakat helyezünk el koncentrikusan. A belső gömbnek $Q = 10^{-6} \text{ C}$, a külsőnek $2Q = 2 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ pozitív töltést adunk. Mekkora a térerősség és a potenciál...
- .a)** ... a középponttól $x = 3 \text{ m}$ -re? (**3.000 N/C ; 9.000 V**)
.b) ... a középponttól $x = 1,2 \text{ m}$ -re? (**6.250 N/C ; 16.500 V**)
- .20)** Egy 10 cm sugarú vezetőgömböt koncentrikusan egy 15 cm és 25 cm külső- és belső sugarú fémgömbhéj vesz körül. A belső gömb felületén és a gömbhéj külső felületén azonos a felületi töltéssűrűség: σ . Mennyi a σ töltéssűrűség értéke, ha a potenciál a gömbök középpontjában a végtelenhez viszonyítva 500 V ?
(**$7,80 \cdot 10^{-9} \text{ C/m}^2$**)
- .21)** Egy 5 cm hosszú acéllövedék 1.200 m/s sebességgel vastag fába csapódik és abban egyenletesen lassulva 20 cm mély lyukat fúr. Határozzuk meg a lövedék elejének a végéhez képesti feszültségét a lassulás alatt. (**$1,02 \text{ mV}$**)
- .22)** Az elektromos térerősség a föld felületén 100 V/m és lefelé irányul. A Földet tekintsük 6.000 km sugarú gömbnek.
- .a)** Határozzuk meg a föld töltését és felületi töltéssűrűségét. (**$-4,00 \cdot 10^5 \text{ C}$; $8,84 \cdot 10^{-10} \text{ C/m}^2$**)
.b) Mekkora a Föld felületének potenciálja, ha a végtelen távoli pontot választjuk nulla potenciálúnak. (**$6,00 \cdot 10^8 \text{ V}$**)
- .23)** Egy elektron homogén elektromos mezőbe érkezik, a térerősséggel egyirányú, $3 \cdot 10^6 \text{ m/s}$ sebességgel. Mekkora utat tesz meg a megállásig, ha a térerősség 3000 N/C ? (**$8,53 \text{ mm}$**)
- .24)** Síkkondenzátor lemezeivel párhuzamos sebességgel, mindkét lemeztől egyenlő távolságra érkezik egy elektron a lemezek közé. A lemezek távolsága 2 cm , hossza 4 cm és 300 V feszültséget kapcsolunk közéjük.
- .a)** Mekkora az a legkisebb sebesség mellyel az elektron még éppen át tud jutni a lemezek között? (**$1,45 \cdot 10^{-7} \text{ m/s}$**)
.b) Mennyivel változik meg a mozgás iránya? (**max. $26,6^\circ$**)

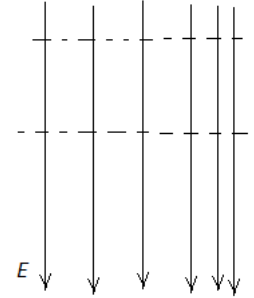
.25) Egy kondenzátor nagy felületű lemezeinek távolsága 3 cm. A lemezek közötti feszültség 60.000 V. Mekkora sebességgel kell egy 4 mC töltésű, 5 mg tömegű apró testet vízszintesen, a lemeztávolság fele magasságában a homogén térben belőni, hogy az egyik kondenzátor lemezt 12 cm távolságban érje el? (27 700 m/s)

.26) Síkkondenzátor lemezei vákuumban vannak. A lemezek közé egy proton lép be a lapokkal párhuzamos, $1,8 \cdot 10^6$ m/s sebességgel. Mekkora a kondenzátor feszültsége, ha a lemezeinek távolsága 2 cm, a lemezek hossza 20 cm és a lemezek közül eredeti irányához képest 10 fokos szögben eltérülve lép ki a proton. (597 V)

.27) A mellékelt ábra elektromos mező erővonalrendszerének egy részletét mutatja.

a.) Nyugvó elektromos töltésekkel létre hozható-e ilyen mező? (nem)

b.) Azonos potenciálúak-e az erővonalakra merőleges szaggatott vonal pontjai? (?)



.28)

a.) Mekkora energiát kell egy protonnal közölni ahhoz, hogy 10^{-12} m-re megközelítsen egy rögzített, de kezdetben messze lévő nitrogén atommagot? (1, 61 * 10^{-15} J)

b.) Mekkora a proton sebessége? (1,39 * 10^6 m/s)

c.) Mekkora feszültséggel lehetett ekkora energiára felgyorsítani a protont? (10 00 V)

d.) Mekkora a szükséges energia, ha a 14-es nitrogénizotóp magja nem rögzített, de kezdetben állt? (1,73 * 10^{-15} J)

.29) $R = 10$ cm sugarú, $Q = -10^{-5}$ C anyagában egyenletesen töltött szigetelögömb felszínétől $d = 2$ cm-re mekkora az első és a második „kozmosz sebesség” egy $m = 1$ g tömegű és $q = 10^{-6}$ C töltésű pontszerű testre vonatkozóan? (A légellenállástól és a nehézségi erőtől tekintünk el.) (27,4 m/s; 38,7 m/s)

.30) A pontszerű, $Q = 2 \cdot 10^{-6}$ C töltésű testre illeszkedő egyenesen van az A és B pont, amelyek között a távolság $d = 0,8$ m. Ezen a d szakaszon $q = -4 \cdot 10^{-6}$ C nagyságú, pontszerű töltést mozgatunk, miközben $W_{AB} = 6 \cdot 10^{-2}$ J munkát végzünk. Milyen távol van a Q töltéstől az A pont? (0,658 m)

.31) Pontszerű, $Q = 6 \cdot 10^{-6}$ C nagyságú, rögzített töltés mezejében egy $q = 4 \cdot 10^{-3}$ C nagyságú, pontszerű töltés mozog. Kezdősebesség nélkül indulva, az AB távolság megtétele közben sebessége $v = 10^3$ m/s értékre növekedett. Mekkora az $AB = d = 80$ cm-es távolság felezőpontjában a potenciál értéke, ha a q töltésű test tömege 3 g? (103 kV)

.32) Egy igen hosszú, függőleges, szigetelő anyagi, egyenes vezetőszálon méterenként 1 μ C töltés oszlik el egyenletesen. A szál közepétől a vezetőre merőleges irányban, 2 cm távolságban elhelyezünk egy $q = 8 \cdot 10^{-8}$ C töltésű, 5 g tömegű testet, majd magára hagyjuk. Mekkora lesz a test gyorsulása a kezdő pillanatban? (17,5 m/s²)

.33)

a.) Hány darab elektromos térerősségvonal indul ki egy elektronból? (1,81 * 10^{-8} db)

b.) Mekkora az a töltés, amiből összesen egy db erővonal indul ki? (8,84 * 10^{-12} C)

Kondenzátorok

.34) Nagyméretű, egymással párhuzamos fémlemezekre töltéseket viszünk. Határozzuk meg a keletkező térrészekben az az elektromos teret (adjuk meg a térerősség-vektor nagyságát és irányát).

. a) Csupán egyetlen, mindkét oldalán A területű lemez, rajta összesen Q töltéssel, így mindkét oldalon a felületi töltéssűrűség σ . ($E = \frac{1}{2\epsilon_0} \sigma$)

. b) 2 db, egymással párhuzamos lemez rajtuk $+Q$ és $-Q$ töltéssel. (0 ; $-\frac{1}{2\epsilon_0} \sigma$; 0)

. c) 2 db, egymással párhuzamos lemez rajtuk Q_1 és Q_2 (előjeles) töltéssel.

$$\left[\frac{1}{\epsilon_0 2A} (Q_1 + Q_2); \quad ; \quad \frac{1}{\epsilon_0 2A} (-Q_1 + Q_2); \quad \frac{1}{\epsilon_0 2A} (-Q_1 - Q_2) \right]$$

. d) n darab lemez rajtuk rendre balról jobbra haladva $Q_1, Q_2, \dots, Q_n$ (előjeles) töltésekkel.

$$\left[E_i = \frac{1}{\epsilon_0 2A} (-Q_1 - Q_2 - \dots - Q_{i-1} + Q_i + \dots + Q_n), \text{ ahol } i = 1, 2, \dots, (n+1) \text{ balról jobbra haladva.} \right]$$

.35) Adott néhány párhuzamos, nagyméretű, oldalanként 3 dm^2 területű fémlemez. Határozzuk meg mekkora töltések vannak a lemezeken, ha...

. a) a keletkező 3 térrészben a térerősségek balról jobbra haladva (előjelesen): -200 N/C , $+500 \text{ N/C}$ és $+200 \text{ N/C}$.
($0,796 \cdot 10^{-10} \text{ C}$; $-1,86 \cdot 10^{-10} \text{ C}$)

. b) a keletkező 4 térrészben a térerősségek balról jobbra haladva (előjelesen): $+100 \text{ N/C}$, -200 N/C , 300 N/C és $+500 \text{ N/C}$. (?)

. c) Mekkora a lemezek potenciálja, ha a bal szélső fémlemez földelt (0 potenciálú) és a szomszédos lemezek távolsága 1 cm ? (0 V ; 5 V az első esetben)

.36) Két kondenzátor kapacitásai aránya: $C_1:C_2=1:3$. Az 1. kondenzátort 100 V -ra, a 2-dikat 220 V -ra töltjük. Ezután párhuzamosan kötjük őket ...

...előbb azonos,

...majd ellentétes pólusait összekötve

Mekkora lesz a kondenzátorrendszer feszültsége a két esetben? (190 V , -140 V)

A párhuzamos kapcsolás miatt a kondenzátorok feszültsége azonos lesz.

A töltésmegmaradás miatt a két összekapcsolt lemezen a töltések összege állandó marad: $Q_1+Q_2=Q_1'+Q_2'$, tehát $C_1 \cdot U_1 + 3C_1 \cdot U_2 = C_1 \cdot U_k + 3C_1 \cdot U_k$, amiből $U_k = (U_1 + 3U_2)/4$.

.37) Egy $0,1 \mu\text{F}$ kapacitású kondenzátort 20 V -ra töltünk fel, majd párhuzamosan kötjük egy feltöltetlen kondenzátorral és azt találjuk, hogy a feszültség 2 V -ra csökkent. Mekkora a kapacitása az eredetileg fel nem töltött kondenzátornak? ($0,9 \mu\text{F}$)

.38) Egy $3 \mu\text{F}$ -os kondenzátor, melynek feszültsége 220 V , azonos előjelűen töltött lemezeinek összekötésével párhuzamosan kötünk egy 110 V feszültségű $4 \mu\text{F}$ -os kondenzátorral. Mekkora lesz a közös feszültség? (157 V)

.39) Az $5 \mu\text{F}$ -os kondenzátor átütési feszültsége 200 V , a $20 \mu\text{F}$ kondenzátoré 100 V . Mekkora feszültséget kapcsolhatunk a rendszerre, ha a kondenzátorokat....

... párhuzamosan illetve

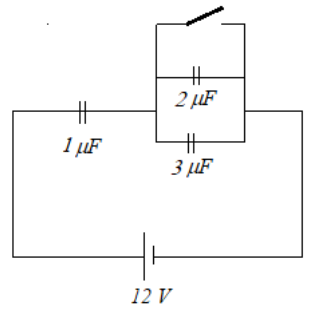
... sorba kapcsoltuk? (100 V ; 250 V)

.40) Kondenzátorokat és egy kapcsolót az ábra szerint kapcsolunk egy telepre.

.a) Mekkora az egyes kondenzátorok töltése, ha a kapcsoló nyitva van?

(10 μC , 4 μC , 6 μC)

.b) Mennyi töltés folyik át a kapcsolón annak zárása után? (12 μC)



.41) Egy kondenzátort telepre kapcsolva feltöltünk, majd lemezeinek távolságát külső erővel kétszeresére növeljük.

Hogyan változnak meg a kondenzátor jellemző mennyiségek (Q , télerősség, U , C és a kondenzátor energia) ha a folyamat előtt...

.a)a lekapcsoljuk a kondenzátort a telepről, (0, 0, +, -, +)

.b)a kondenzátort a folyamat alatt a telepre kapcsolva hagyjuk. (-, -, 0, -, -)

.42) Egy kondenzátor lemezeinek széthúzásakor bekövetkező energetikai- munkavégzési folyamatokat vizsgáljuk.

.a) Mekkora erővel vonzzák egymást a lemezek? (1/2EQ)

.b) Mutassuk meg, hogy a telepről lekapcsolt kondenzátor lemezeinek széthúzásakor a *húzóerő munkája* éppen a *kondenzátor energiáját növeli!*

.c) Mekkora a húzóerő munkájának és a kondenzátor energia-változásának *aránya*, ha a lemezek a széthúzásakor a telepre kapcsolva maradnak? [-1: 1: (-2)]

.43) Síkkondenzátor levegőben levő lemezei között a távolság 4 cm. A lemezekre 100 V feszültségű telepet kapcsolunk. A fegyverzetek közé, velük párhuzamosan, a bal lemeztől 3 cm távolságban elhelyezünk egy vékony töltés nélküli fémlamezt.

.a) Határozzuk meg a középső lemez és a fegyverzetek közötti feszültséget, valamint a télerősséget a lemezek mindkét oldalán. (75 V és 25 V; 2500 V/m mindkét részben)

.b) Megváltozik-e a kondenzátor kapacitása a fémlamez behatolásakor? (nem)

.44) Levegőben lévő kondenzátor lemezeinek távolsága 20 mm. Rákapcsolunk egy 24 V feszültségű telepet, majd a lemezek közé betolunk egy töltetlen, az eredeti lemezekkel megegyező méretű vastag fémlamezt mely a bal lemeztől 10 mm, a jobb lemeztől 6 mm távolságra van.

.a) Mennyivel változik meg a kondenzátor töltése a lemez behatolása következtében? (0,12 nC)

.b) Mekkora lesz a télerősség a betolt lemez egyik és másik oldalán? (1500 V/m)

.c) Mekkora feszültség alakul ki a betolt lemez és a kondenzátor egyik, illetve másik lemezek között? (15 V és 9 V)

.45) 4 darab 0,3 m sugarú, kör alakú fémlamez áll egymástól 1 cm távolságban. A 2 szélső lemezt leföldeljük, (vegyük a föld potenciált 0-nak). A lemezekre az ábra szerint egy 50 V-os és 100 V-os telepet kapcsolunk. A lemezek között vákuum van.

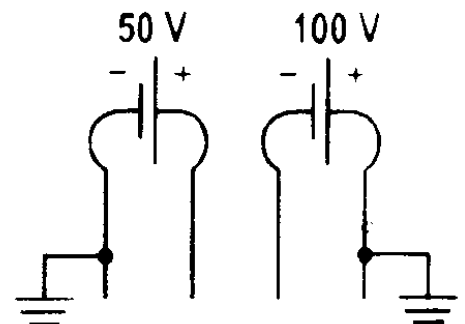
.a) Ábrázoljuk a lemezek középpontján átmenő egyenes mentén...

.... az elektromos télerősséget és

.... a potenciált!

.b) Határozzuk meg a lemezekben lévő töltéseket!

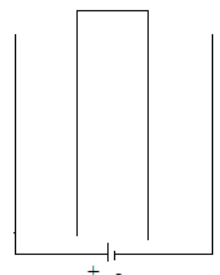
(-12,5 nC; +50,0 nC; -62,5 nC; +25,0)

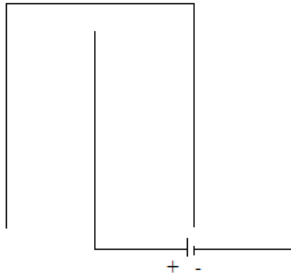


.46) Két rögzített, párhuzamos fémlamezt feszültségforrásra kapcsolunk. A lemezek között 600 V/m télerősségű tér alakul ki

.a) Egy esetben párhuzamosan a lemezek közé, felül vezetékkel összekötött, kezdetben semleges lemezpárt függesztünk. A lemezek közötti távolságok egyenlőek.

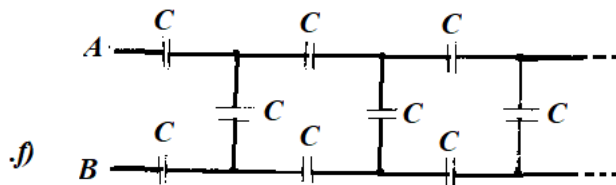
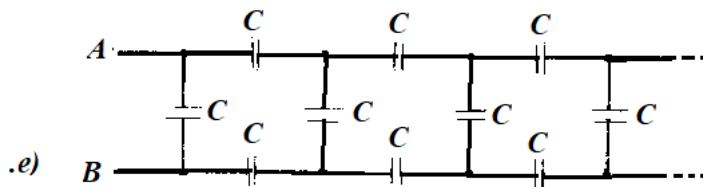
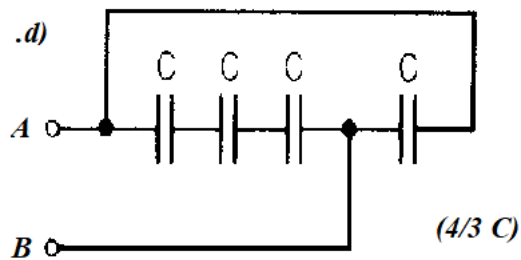
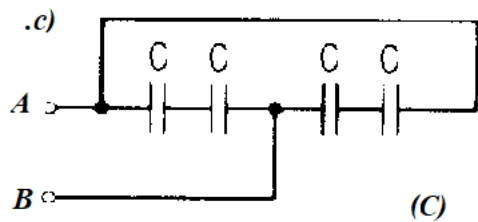
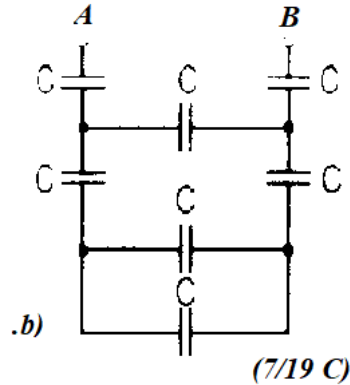
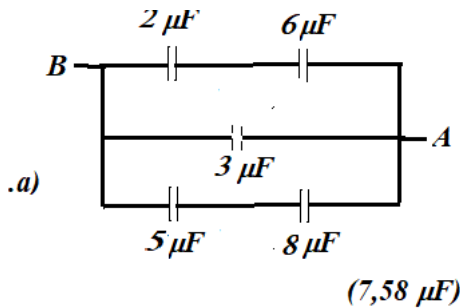
Mekkora télerősségnek alakulnak ki? (900 V/m)



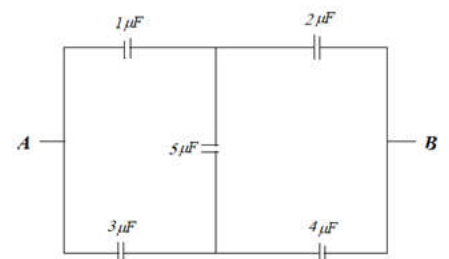


.b) Egy másik esetben a lemezeket a mellékelt rajz szerint helyezzük el. A lemezek közötti távolságok egyenlők. Mekkora térerősségnek alakulnak ki most a lemezek között? (400 V/m balra, 400 V/m jobbra, 800 N/C jobbra)

.47) Mekkora az alábbi kondenzátorokból álló rendszer eredő kapacitása A és B pontok között?

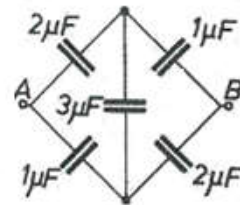


.48) Az alábbi 5 kondenzátort az ábra szerint kapcsoltuk össze. Kapacitásaik rendre 1 μF , 2 μF , 3 μF , 4 μF , 5 μF . Keressük a rendszer eredő kapacitását A és B pontok között.



.49)

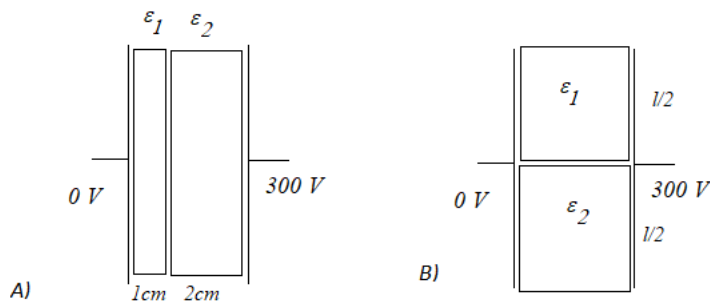
- .a)** Mekkora az ábrán látható elrendezés kapacitása A és B pont között? (**13/9 μF**)
.b) Mekkora töltés van a $3\text{ }\mu\text{F}$ -os kondenzátoron, ha az A és B kapcsokra 200 V feszültséget kapcsolunk? (**66,7 μC**)



.50) Feltöltött, majd *a telepről lekapcsolt* kondenzátor lemezei közé szigetelőanyagot csúsztatunk, melynek relatív permittivitásai $\varepsilon=3$.

- .a)** Hogyan változik a térerősség a lemezek közötti szigetelőben? (**csökken 1/3-ára**)
.b) Hányszorosára változik a szigetelők betolásának hatására a kondenzátor energiája? (**csökken 1/3-ára**)
.c) Mekkora munkát végeztünk? (**$-2/3 \cdot E_{\text{eredeti}}$**)
.d) Vajon a lemezek behelyezésekor azokat befelé irányuló erővel kell tolnunk, avagy visszafelé kell tartanunk, ha a lemezek mozgása egyenletes? (**tartani kell**)

.51) Kondenzátor $d=3\text{ cm}$ távol lévő lemezei közé két-féle szigetelőanyagokat csúsztatunk két különböző módon is az ábrák szerint. A szigetelők relatív permittivitásai $\varepsilon_1=7$ és $\varepsilon_2=2$. A szigetelők betolásakor a kondenzátort végig az $U=3000\text{ V}$ -os feszültségforrásra kapcsolva tartjuk.



- .a)** Mekkora a kialakuló térerősségek az eredeti, szigetelő nélküli kondenzátorlemezek között, illetve végül a szigetelőben? (**A: 100 000 V/m; 37 500 V/m és 131 250 V/m**) (**B: 100 000 V/m**)
.b) Hányszorosára változik a szigetelők betolásának hatására a kondenzátor energiája? (**A: 21/8 B: 4,5**)
.c) Milyen a *telep által végzett munkának*, a *mi általunk végzett munkának* és a *kondenzátor energiaváltozásának* aránya a folyamat során? [**2: (-1): 1**]
.d) Vajon a lemezek behelyezésekor azokat befelé irányuló erővel kell tolnunk, avagy visszafelé kell tartanunk, ha a lemezek mozgása egyenletes? (**tartani kell**)

Milyen lesz az elektromos tér?

.52) *Milyen elektromos tér alakul ki, ha azt az alábbi töltéselrendeződés hozza létre? Azaz keressük a tér minden pontjában a *térerősségvektort*, illetve a *potenciált*, miközben a végtelen távoli pont potenciálját választjuk 0-nak.

- .a)** Végtelen kiterjedésű síklap, melynek oldalán a felületén a *felületi töltéssűrűség* σ .
(a síkra merőleges homogén tér: $E=\sigma/\epsilon_0$; U méterenként „E” értékkel nő a sík felé közeledve)
- .b)** Végtelen kiterjedésű, d vastagságú *szigetelőlap*, melynek anyaga ω *térfogati töltéssűrűséggel* van ellátva.
(E: síkra merőleges, *kívül* homogén: $E=\omega d/2\epsilon_0$, *belül* lineárisan nő: $E=x\omega/\epsilon_0$.
U: *kívül* lineárisan, méterenként „E” értékkel csökken, *belül* másodfokú függvény szerint csökken:
 $\frac{\omega}{2\epsilon_0} \left(\frac{d^2}{4} - x^2 \right) + const$)
- .c)** R sugarú *vezető* gömb Q többlettöltéssel ellátva.
(E: *Kívül* $k \frac{Q}{x^2}$; *belül* pedig 0; U: *kívül* $k \frac{Q}{x}$; *belül* konstans: $k \frac{Q}{R}$)
- .d)** R sugarú, teljes anyagában homogén töltéseloszlású *szigetelőgömb*, összesen Q töltéssel.
(E: *Kívül* $k \frac{Q}{x^2}$, *belül* lineárisan változó tér: $E = k \frac{Q}{R^3} x$,
U: *Kívül* $\frac{kQ}{x}$; *belül* $\frac{3}{2} \frac{kQ}{R} - \frac{kQ}{R^3} x^2$)
- .e)** Végtelen hosszú, R sugarú egyenes *vezető*, lineáris többlettöltés-sűrűsége ρ .
(E: *Kívül* *síkra merőleges, sugárirányú* tér, $E = 2k \frac{\rho}{x}$, *belül* 0
U: *Kívül* *logaritmusfüggvény szerint csökkenő, belül* konstans, a felületivel megegyező)
- .f)** Végtelen hosszú, R sugarú egyenes *szigetelő*, térfogati töltéssűrűsége ω .
(E: *Kívül* *síkra merőleges, sugárirányú* csökkenő tér: $E = \frac{\omega R^2}{2\epsilon_0} \frac{1}{x}$, *belül* lineárisan növekvő tér: $E = \frac{\omega}{2\epsilon_0} x$)
U: *Kívül* *logaritmusfüggvény szerint csökkenő, belül* negatív *főgyűjtőhatós másodfokú függvény szerint csökken*: $\frac{\rho}{4\epsilon_0} (R^2 - x^2) + const$)

.53) Mutassuk meg, hogy ha az elektrosztatikus tér potenciálját a végtelen távoli pontban választjuk 0-nak, akkor egy végtelenbe nyúló vezető (pl. a Föld mint egy nagy vezető) potenciálja is 0 lesz. (V.ö.: A földpotenciál 0)

.54) *(Az influált töltések teréről, a „tükköltés- módszer”-ről)

.a) Pontszerű Q pozitív töltéstől d távolságra - az ábra szerint - elhelyezünk egy...

... nagyon nagyméretű sík fémlemezt.

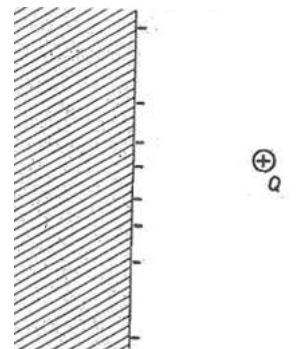
....egy d -hez képes nagyméretű, de esetleg véges fémlemezt, amit leföldelünk.

... egy félteret, melyet vezetőanyag tölt ki.

Milyen lesz a kialakuló elektromos tér a töltést *nem tartalmazó* és a töltést *tartalmazó* félterben?

.b) A Q töltés hatására a *megosztás során* fenti esetek mindegyikében negatív töltés jelenik meg (*influált töltés*) a lemezen. Rajzoljuk le az *erővonalait* az *influált töltések terének* a *bal és jobb* oldalon?

.c) Milyen lesz az *eredeti* Q töltés és a hatására *influálódó* töltések *együttes* tere?



.55) Pontszerű $Q = +1 \mu\text{C}$ töltéstől $d=3 \text{ cm}$ távolságra helyezkedik el egy kör alakú, $A=2 \text{ m}^2$ -es fémlemez közepétől. Milyen erővel hat egymásra a sík és a ponttöltés, ha...

.a) ...a lemez földelt. **(2,50 N, vonzó)**

.b) ... a lemez nem földelt, de *semleges*. **(2,47 N, vonzó)**

.c) ...a lemez nem földelt, hanem $q = 100 \mu\text{C}$ pozitív töltéssel volt ellátva. **(0,356 N, taszító)**

.d) Mekkora legyen a nem földelt lemez töltése, hogy ne ébredjen erő a lemez és a Q töltés között. **(+87,4 μC)**

.e) Számoljuk ki az .a) esetben a lemezen influált töltések eloszlását, azaz a felületi sűrűségét a hely függvényében.

$$\left(\sigma(x) = \frac{1}{2\pi} Q \frac{d}{\sqrt{x^2+d^2}} \right)$$

.56) Semleges, végtelen (igen nagy) vezető síkról leválasztunk egy elektront, majd a síktól atomméret-távolságról (10^{-10} m) 10 cm távolságra visszük egyenletesen mozgatva. Mekkora munkát végeztünk csupán a távolításakor? (A kilépési munkán kívül.) **(5,76*10⁻¹⁹ J)**

.57) *Egymástól d távolságra lévő pozitív $+Q$ töltés és egy negatív $-nQ$ töltés ($n>1$) terében keressük a 0 potenciálú felületet.

.a) Bizonyítsuk be, hogy ez egy gömbfelület, határozzuk meg e gömb sugarát, valamint középpontjának a töltésektől mért távolságát!

.b) Mutassuk meg, hogy a két töltésnek a gömbközepptől vett távolságának mértani középáránya a gömb sugara.

.58) *Adott egy R sugarú földelt, fém gömbhéj, és rajta kívül, felszínétől s távolságra egy Q töltés. Milyen lesz a kialakuló elektromos tér?

.59) Adott egy $R= 60 \text{ cm}$ sugarú fém gömbhéj és a gömbön kívül, tőle $s = 20 \text{ cm}$ távolságra egy $Q = 10 \mu\text{C}$ töltés. Milyen erővel hatnak egymásra, ha...

.a) ...a gömbhéj földelt? **(5,51 N vonzó)**

.b) ...a gömbhéj semleges? **(4,46 N vonzó)**

.c) ...a gömbhéjon $Q' = 50 \mu\text{C}$ többlettöltés van? **(2,58 N taszító)**

.d) Mekkora legyen a gömbhéj Q' többlettöltése, hogy ne fejtsenek ki erőt egymásra? **(+31,7 μC)**

.60) *Adott egy $R= 60 \text{ cm}$ sugarú fém gömbhéj és a gömbön belül, a középponttól $x = 20 \text{ cm}$ távolságra egy $Q = +10 \mu\text{C}$ töltés.

.a) Milyen lesz a kialakuló elektromos tér, ha a gömbhéj földelt,....

.b) avagy a gömbhéj *semleges*, illetve ha a gömbhéjon $Q' = 50 \mu\text{C}$ többlet-töltés van?

.c) Milyen erővel hatnak egymásra a fenti esetekben? **(1,05 N vonzó)**

.61) *Egy végtelen vezető síktól $h = 10 \text{ cm}$ távolságra $q = 0,5 \mu\text{C}$ töltés van. Határozzuk meg a térerősséget egy olyan pontban, amely a síktól is és a pontszerű töltéstől is h távolságra van. **(418 000 N/C)**

.62) *Előbb a „végtelen” vezető síkfelületen mindkét oldalán $\sigma = 2 \cdot 10^{-5} \text{ C/m}^2$ felületi töltéssűrűséget hozunk létre. Majd e felülettől 5 cm -re $m = 10 \text{ g}$ tömegű, $q = 8 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ töltésű golyócskát helyezünk, és utána magára hagyjuk. A nehézségi erőt hanyagoljuk el!

.a) Mekkora a kezdeti gyorsulása? **(-3 950 m/s^2)**

.b) Mekkora a gyorsulása 50 cm távolságban? **(1 750 m/s^2)**

.c) Van-e olyan pont, amelyben a golyócska egyensúlyban van? **(8,92 cm)**

.63) *Egy végtelen kiterjedésű, függőleges helyzetű, szigetelő síklemez felületi töltéssűrűsége kezdetben $\sigma = 0,5 \mu\text{C/m}^2$ (oldalanként külön-külön). A lemezen egyik végével rögzített, $l = 5 \text{ cm}$ hosszú, könnyű szigetelőszálon pontszerű, $m = 2 \text{ g}$ tömegű golyócskát függesztünk fel, így a fonál 30° -os szögben kerül egyensúlyi helyzetbe. A szigetelőlemez polarizációjától eltekintünk.

Mekkora töltése van a golyócskának? **(204 nC)**

- .64)** *Egy *végtelen* kiterjedésű, függőleges helyzetű, sík *fém*lemez felületi töltéssűrűsége kezdetben $\sigma = 5\mu\text{C}/\text{m}^2$ (oldalanként külön-külön). A lemezen egyik végével rögzített, $l = 5\text{ cm}$ hosszú, könnyű szigetelőszálon pontszerű, $m = 2\text{ g}$ tömegű golyócskát függesztünk fel, amely a lemeztől $d = 3\text{ cm}$ távolságban kerül egyensúlyi helyzetbe.
- .a)** Mekkora töltése van a golyócskának? (**30,7nC; 196 nC**)
- .b)** Milyen az egyensúlyi helyzet stabilitása? (**labilis**)