

## MATEMATIKA VERSENYFELADATOK

Zalaegerszeg, 2019. október 18.

1. Írjuk fel az egész számokat 1-től 9-ig egy  $3 \times 3$ -as négyzetrácsba úgy, hogy minden sorban és minden oszlopban a beírt számok növekvő sorrendben vannak. Mennyi a fenti feltételeket kielégítő elrendezések száma?

(25 pont)

2. Legyen  $A, B, C$  és  $D$  egy paralelogramma csúcsai az óramutató járásával ellenkező irányban, és legyen  $O$  az  $ABCD$  paralelogramma egy belső pontja. Igazoljuk, hogy ha  $AOB\angle + COD\angle = 180^\circ$ , akkor  $OBC\angle = ODC\angle$ .

(25 pont)

3. Legyenek  $a, b, c \geq 0$  nemnegatív valós számok, melyekre

$$(a + 1)(b + 1)(c + 1) = 8.$$

Lássuk be, hogy ekkor  $abc \leq 1$  teljesül.

(25 pont)

4. Keressük meg azon  $p, q$  pozitív prímszámokat, melyekre a  $p^{q+1} + q^{p+1}$  kifejezés teljes négyzet!

(25 pont)