# MATEMATIKA VERSENYFELADATOK

**Zalaegerszeg, 2012. október 19.**

1. Létezik-e olyan N egész szám, amelyre $\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^{2012}=\sqrt{N}-\sqrt{N-1}$ teljesül?

(22 pont)

2. Jelöljük $k$-val az ABC egyenlőszárú (AC=BC) derékszögű háromszög köré írt körét.

Legyen P $k$ C-t nem tartalmazó körívének egy tetszőleges pontja.

Bizonyítsa be, hogy $\overline{CP}^2$ egyenlő az ACBP négyszög területének kétszeresével.

(22 pont)

3. Bizonyítsa be, hogy 15 százforintos és 15 kétszázforintos pénzérmét bármilyen sorrendben helyezünk is el egy egyenes mentén, mindig kiválasztható a sorból 10 egymás után következő pénzérme úgy, hogy ezek összértéke 1500 forint.

(28 pont)

4. Bizonyítsa be, hogy ha $x_1,x_2,..,x_n\in\left[\frac{3}{5},1\right]$, akkor

$$\frac{2-\sqrt{1-x_1^2}}{x_2+3}+\frac{2-\sqrt{1-x_2^2}}{x_3+3}+\ldots+\frac{2-\sqrt{1-x_n^2}}{x_1+3}\geq\frac{n}{3}.$$

(28 pont)