MATEMATIKA VERSENYFELADATOK
Zalaegerszeg, 2009. október 16.

1. Bizonyítsa be, hogy ha a valós együtthatós x-ben negyedfokú $x^4+ax^3+bx^2+cx+d=0$ egyenlet valamely két gyökének az összege egyenlő a másik két gyökének összegével, akkor $a^3-4ab+8c=0$.

   (25 pont)

2. Szerkesszen konvex négyszöget, ha adott oldalainak a hossza, továbbá az átlók felezőpontját összekötő szakasz hossza.

   (25 pont)

3. Bizonyítsa be, hogy ha $x_1 \geq x_2 \geq \ldots \geq x_n \geq 0$ valós számok és $n>2$ egész szám, akkor $\sqrt[n]{x_1 x_2 \ldots x_n}+\frac{1}{n}\sum_{i<j}^{n}(x_i-x_j) \geq \frac{x_1+x_2+\ldots+x_n}{n}$

   (25 pont)

4. Bizonyítsa be, hogy
$$\frac{\binom{n}{0}}{2}+\frac{\binom{n}{1}}{3}+\ldots+\frac{\binom{n}{n}}{n+2}=\frac{n\cdot 2^{n+1}+1}{(n+1)(n+2)}$$

   (25 pont)