

MATEMATIKA VERSENYFELADATOK

Zalaegerszeg, 2006. október 21.

1. 20 gyerekről tudjuk, hogy bármely kettőnek van közös nagyapja. Bizonyítsa be, hogy ekkor van közöttük legalább 14 olyan gyerek, akiknek van közös nagyapjuk!

(20 pont)

2. Egy konvex négyszöget egyenesekkel sokszögekre darabolunk fel. Bizonyítsa be, hogy az így kapott részsokszögek átlagoldalszáma nem nagyobb 4-nél!

(25 pont)

3. Bizonyítsa be, hogy az $\overline{a0 \dots 09}$ alakú tízes számrendszerbeli szám nem lehet teljes négyzet, ha az a és a 9-es számjegy között van legalább egy 0!

(25 pont)

4. Legyen O az $A_1A_2 \dots A_n$ szabályos sokszög köré írt kör középpontja. Adja meg a $B_k \in OA_k$ pontokat úgy, hogy

$$OB_k = \frac{OA_k}{n-k+1} \quad (k=1, 2, \dots, n-1)$$

teljesüljön.

Igazolja, hogy a $B_1B_2 \dots B_{n-1}A_n$ sokszög területe egyenlő az $A_1A_2 \dots A_n$ sokszög területének az n -ed részével!

(30 pont)