

# Izsák Imre Gyula komplex természettudományi verseny – 2004

## Matematika feladatsor

1. Határozza meg a  $p$  és a  $q$  valós paraméterek lehetséges értékeit, ha tudjuk, hogy a

$$3 \cdot 4^x + p \cdot 2^x + q = 0$$

egyenletnek egyetlen valós gyöke van, az  $x = 0$ .

(20 pont)

2. Adott az ABCD konvex négyszög. Szerkesszen olyan egyenest, mely áthalad a négyszög A csúcspontját, és felezi a négyszög területét!

(25 pont)

3. Határozza meg azokat a pozitív egész  $a, b, c$  számokat, melyekre az  $a < b < c$ ,

$$b^2 = ac \quad \text{és az} \quad \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{2004} \quad \text{feltételek teljesülnek!}$$

(25 pont)

4. Adott a síkon  $n$  darab pont úgy, hogy semelyik három sincs egy egyenesen. Tudjuk, hogy bármely három pont által meghatározott háromszög területe  $\leq 1$ . Bizonyítsa be, hogy a pontrendszer konvex burkának a területe  $\leq 4$ .

(30 pont)