

A Zalaegerszegi Zrínyi Miklós Gimnázium helyi tanterve
MATEMATIKA tantárgyból
emelt matematika 9-10. évfolyam

– Heti óraszám: 5+5 A ciklus teljes óraszám: $2 \times 180 = 360$ óra Számonkérésre ajánlott óraszám: $2 \times 10 = 20$ óra Kerettantervi tartalommal kitöltött órakeret: $2 \times 170 = 340$ óra	
A 9. évfolyam anyaga	Új anyag feldolgozásának óraszám
Számelmélet, algebra: Valós számok	13
Számelmélet, algebra: Oszthatóság	16
Számelmélet, algebra: Egyenlet, egyenlőtlenség, egyenletrendszer	56
Geometria: Egybevágósági transzformációk	22
Geometria: Hasonlóság	23
Függvények: Algebrai függvények	25
Függvények: Hegyesszögek szögfüggvényei	15
Számonkérés	10
Összesen	180
A 10. évfolyam anyaga	Új anyag feldolgozásának óraszám
Gondolkodási módszerek, matematikai logika, kombinatorika, gráf	27
Számelmélet, algebra: Valós számok	15
Számelmélet, algebra: Algebrai kifejezések használata	4
Számelmélet, algebra: Egyenlet, egyenlőtlenség, egyenletrendszer	22
Statisztika, valószínűség	17
Geometria: Egybevágósági transzformációk	10
Geometria: Hasonlóság	22
Függvények: Algebrai függvények	5
Függvények: Hegyesszögek szögfüggvényei, általánosítás, trigonometria	48
Számonkérés	10
Összesen	180

9. évfolyam

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Számelmélet, algebra Valós számok	Órakeret 13 óra
Előzetes tudás	Természetes számok, egész számok, racionális számok halmaza. Műveletek elvégzése a racionális számok halmazán fejben, írásban, számológéppel. Műveletek sorrendje, zárójelek használata. Hatványozás.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Számkörbővítés elveinek megértése, a valós számok halmazának ismerete. Gondolkodás: ismeretek rendszerezésének fejlesztése. Indirekt bizonyítási módszer alkalmazása. Absztrakciós készség fejlesztése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Számhalmazok: természetes számok, egész számok, racionális számok, irracionális számok, valós számok. Mely műveletek nem vezetnek ki az egyes számhalmazokból? A racionális számok halmazán végzett műveletek biztonságos elvégzése – ismétlés, gyakorlás. Műveleti tulajdonságok alkalmazása: kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás. Számok tizedes tört alakja. Véges, végtelen szakaszos, végtelen nem szakaszos tizedes törtek. Irracionális szám kétoldali közelítése racionális számokkal. Hatványozás és azonosságai egész kitevőre. Számok normálalakja. Számolás normálalakban felírt számokkal. Normálalak a számológépen. A valós számok és a számegyenes kapcsolata. A racionális számok halmaza nem elegendő a számegyenes pontjainak jelölésére.</p>		<p><i>Fizika, kémia, biológia-egészségtan:</i> a tér, az idő, az anyagmennyiség nagy és kis méreteinek megadása normálalakokkal.</p>
<p>Négyzetgyök fogalma. A négyzetgyökvonás azonosságai. Kivétel a gyökjel alól, bevétel a gyökjel alá. Nevező gyöktelenítése. \sqrt{n} irracionális, ha n nem négyzetszám. Indirekt bizonyítás.</p>		

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Számelmélet, algebra Oszthatóság	Órakeret 16 óra
Előzetes tudás	Osztó, többszörös, prímszám, prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A korábbi években szerzett ismeretek elmélyítése, bővítése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Néhány további tétel és sejtés a prímszámok elhelyezkedéséről. Euklideszi algoritmus. Osztók számának, összegének, szorzatának meghatározása a</p>		<p><i>Informatika:</i> nagy prímekek szerepe a titkosításban.</p>

prímtényező felbontásból. <i>Euler-féle φ függvény. Kis Fermat-tétel. Wilson-tétel.</i> Néhány speciális prím (Mersenne-prímek, Fermat-prímek). Tökéletes számok.	
Kongruenciák és tulajdonságai. Maradékosztályok. Diofantoszi egyenletek. Lineáris diofantoszi egyenlet. Az $ax + by + cxy = d$ típusú diofantoszi egyenlet. Szöveges feladatok megoldása diofantoszi egyenlettel. Pitagoraszi számhármások. Matematikatörténet: Diophantos, Eukleidész, Eratoszthenész, Euler, Fermat.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Számelmélet, algebra Egyenlet, egyenlőtlenség, egyenletrendszer	Órakeret 56 óra
Előzetes tudás	Egyismeretlenes, elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása. Alaphalmaz vizsgálata, ellenőrzés. Azonosság. Szöveges feladatok – matematikai modell alkotása.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; az ellenőrzés fontossága. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a problémának megfelelően. Számológép használata. Az önellenőrzés képességének fejlesztése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Egyenletek. Alaphalmaz, megoldáshalmaz, igazsághalmaz. Egyenletek megoldása grafikus módszerrel, alaphalmaz és értékészlet vizsgálatával, algebrai módszerekkel. Egyenletek ekvivalenciája. Elsőfokú egyenletek.		<i>Fizika; kémia:</i> képletek értelmezése, egyenletek rendezése.
Elsőfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok. A korábban tanult módszerek elmélyítése. További módszerek szöveges feladatok megoldására. Példák egyenlet nélküli megoldási módszerekre.		<i>Fizika:</i> kinematika, dinamika. <i>Kémia:</i> oldatok összetétele.
Törtös egyenletek, egyenlőtlenségek. Értelmezési tartomány vizsgálata, hamis gyök. Mikor lesz egy tört értéke nulla, pozitív, negatív?		
Elsőfokú paraméteres egyenletek és egyenlőtlenségek.		
Abszolút értéket tartalmazó egyenletek. (Több abszolút értéket tartalmazók is.) Abszolút értéket tartalmazó egyenlőtlenségek. Algebrai és grafikus megoldás.		<i>Fizika:</i> a mérés hibája.

<p>Elsőfokú egyenletrendszerek. Egyenletrendszerek grafikus megoldása. Behelyettesítő módszer. Egyenlő együtthatók módszere. Új ismeretlen bevezetése. <i>Gauss-elimináció</i>.</p> <p>Elsőfokú paraméteres egyenletrendszerek. Egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok. A kapott eredmény értelmezése, valóságtartalmának vizsgálata.</p>	<p><i>Informatika:</i> számítógépes program használata.</p>
<p>Elsőfokú egyenlőtlenségek. Egyenlőtlenségek grafikus megoldása. Egyismeretlenes egyenlőtlenségrendszer.</p>	
<p>Másodfokú függvények vizsgálata. Teljes négyzetté alakítás használata.</p> <p>Másodfokú egyenletek. Grafikus megoldás. Teljes négyzetté kiegészítés. Egyenletmegoldás szorzattá alakítással.</p> <p>A másodfokú egyenlet megoldóképlete. A megoldóképlet készségi szintű alkalmazása. Számológép használata.</p> <p>A másodfokú egyenlet diszkriminánsa. Diszkusszió. Önellentőrzés.</p> <p>Gyöktényezős alak, Viète-formulák. Másodfokúra visszavezethető egyenletek. Új ismeretlen bevezetése. Racionális gyökök keresése. Viète-formulák. Néhány további módszer az egyenlet speciális tulajdonságainak felhasználásával.</p> <p>Szélsőérték-feladatok Másodfokú függvény vizsgálatával. Kapcsolat: számtani és mértani közép közötti egyenlőtlenség felhasználásával történő megoldás. Optimális megoldásokra törekvés.</p>	<p><i>Fizika:</i> fizikai tartalmú minimum- és maximumproblémák.</p> <p><i>Filozófia:</i> egy adott rendszeren belül megoldhatatlan problémák létezése.</p>
<p>Másodfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok. Modellalkotás, megoldási módszerek.</p>	<p><i>Fizika:</i> egyenletesen gyorsuló mozgás leírása.</p> <p><i>Informatika:</i> számítógépes program használata.</p>
<p>Másodfokú egyenlőtlenségek. A megoldás megadása másodfokú függvény vizsgálatával. Többféle megoldási módszer összevetése.</p>	
<p>Másodfokú egyenletrendszer. Másodfokú egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok. Emlékezés korábban megismert módszerekre, alkalmazás az adott környezetben.</p>	<p><i>Fizika:</i> ütközések.</p>
<p>Gyökös egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek.</p>	

Ekvivalens és nem ekvivalens egyenlet-megoldási lépések. Hamis gyök, gyökvesztés. Önellenzés képességének fejlesztése.	
Paraméteres másodfokú és másodfokúra visszavezethető egyenletek. Esetsztévválasztások, divergens gondolkodás fejlesztése. Paraméteres másodfokú egyenlőtlenségek.	
Magasabb fokú egyenletek. Egész együtthatós polinom egész és racionális gyökei. <i>Bezout tétele. Gyökök és együtthatók közti összefüggés.</i> <i>Horner-elrendezés.</i> Matematikatörténet: magasabb fokú egyenletek megoldhatósága. Cardano, Galois, Abel.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Geometria Alapfogalmak, ponthalmazok, egybevágósági transzformációk	Órakeret 22 óra
Előzetes tudás	Tételek kölcsönös helyzete, távolsága. Háromszögek, négyszögek, sokszögek tulajdonságai. Speciális háromszögek, négyszögek elnevezése, felismerése, tulajdonságaik. Háromszögek szerkesztése alapadatokból. A Pitagorasz-tétel ismerete. Geometriai transzformációk, a szimmetria felismerése környezetünkben, alkalmazásuk egyszerű feladatokban.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A geometriai szemlélet, látásmód fejlesztése. A definíciók és tételek pontos ismerete. Bizonyítások gyakorlása. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). A geometriai transzformációk átfogó ismerete, alkalmazása problémamegoldásban. Szimmetria szerepének felismerése a matematikában, a művészetekben. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Számítógép használata geometriai feladatokban.	
Geometriai transzformáció fogalma. Egybevágósági transzformációk rendszerező ismételése. Tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, forgatás, eltolás, identitás. A geometriai transzformációk tulajdonságai: – fixpont, fix egyenes, fix sík, – szögtartás, távolságtartás, irányítástartás. Szimmetrikus ponthalmazok, szimmetrián alapuló játékok. Geometriai transzformációk szorzata.	<i>Informatika:</i> geometriai szerkesztőprogram használata.	
Geometriai szélsőérték-feladatok. Háromszögbe írt minimális kerületű háromszög. Izgonális pont.	<i>Földrajz:</i> minimális utak meghatározása.	
Az egybevágóság fogalma.		

Ponthalmazok egybevágósága. A háromszögek egybevágóságának alapesetei.	
Pitagorasz tétele és a tétel megfordítása. Számítási feladatok síkban és térben. Pitagorasz tételének alkalmazása bizonyítási feladatokban. Mikor hegyesszögű, illetve tompaszögű a háromszög? Két pont távolsága koordináta-rendszerben. A paralelogramma oldalainak négyzetösszege egyenlő az átlók négyzetösszegével. Négyszög átlói merőlegességének feltétele. Matematikatörténet: Pitagorasz.	<i>Fizika:</i> vektor felbontása merőleges összetevőkre.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Geometria Hasonlóság és kapcsolódó tételek	Órakeret 23 óra
Előzetes tudás	Egybevágósági transzformációk. A háromszögek egybevágóságának alapesetei. Számítási és mértani közép. A számítási és a mértani közép közötti egyenlőtlenség.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A geometriai szemlélet, látásmód fejlesztése. A definíciók és tételek pontos ismerete. Bizonyítások gyakorlása. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Számítógép használata geometriai feladatokban.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
A párhuzamos szelők tétele és megfordítása, következmények. Szögfelező tétel. A párhuzamos szelőszakaszok tétele. Szakasz arányos osztása. Negyedik arányos szerkesztése.		
A középpontos hasonlóság fogalma és tulajdonságai. A hasonlósági transzformáció fogalma és tulajdonságai. Szerkesztési, számítási, bizonyítási feladatok. Euler-egyenes.		<i>Földrajz:</i> térképek. <i>Vizuális kultúra:</i> építészeti tervrajzok. <i>Fizika:</i> optikai eszközök nagyítása.
Hasonló ponthalmazok. A háromszögek hasonlóságának alapesetei. A sokszögek hasonlósága. Heron-képlet A hasonló síkidomok területének aránya. A hasonló testek felszínének és térfogatának aránya. Annak tudatosítása, hogy kicsinyítésnél, nagyításnál a lineáris méretek, a felszín és térfogat nem egyformán változik.		<i>Fizika:</i> hasonló háromszögek alkalmazása – lejtőmozgás, geometriai optika. <i>Biológia-egészségtan:</i> példák arra, amikor az a hasznos, hogy adott térfogathoz nagy felszín, illetve, amikor adott térfogathoz kis felszín tartozzon.
Arányossági tételek háromszögekben.		<i>Vizuális kultúra:</i> festészet,

<p>Magasságtétel, befogótétel. A számtani és a mértani közép közötti egyenlőtlenség geometriai bizonyítása. Mértani közép szerkesztése. Egyszerű szélsőérték-feladatok. <i>Ceva és Menelaosz tétele.</i></p>	<p>építészet. <i>Ének-zene:</i> az aranymetszés megjelenése zenei művekben.</p>
--	---

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Függvények Algebrai függvények	Órakeret 25 óra
Előzetes tudás	Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben. Lineáris függvények, fordított arányosság függvénye.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A tanult függvények felidézése. Függvénytranszformációk algebrai és geometriai megjelenítése. Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvénymodell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Számítógép bevonása a függvények ábrázolásába, vizsgálatába. Logikus, pontos gondolkodás, fogalmazás fejlesztése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Függvény fogalma. Rendszerező ismétlés. Értelmezési tartomány, értékészlet. A függvény megadási módjai, ábrázolása, jellemzése: zérushely, monotonitás, szélsőérték. Új fogalmak: periodicitás, paritás, korlátosság. (Pontos definíciók. Néhány esetben a tagadás megfogalmazása is: pl. egy függvény nem páros, ha...) Kapcsolat: logika elemei – bármely, van olyan, negáció. Hétköznapi állítások tagadása. Pontos fogalmazás.</p>		<p><i>Informatika:</i> függvényábrázolás, grafikonkészítés számítógépes program segítségével. <i>Magyar nyelv és irodalom:</i> hétköznapi és szaknyelvi szóhasználat.</p>
Fordított arányosság, elsőfokú törtfüggvény.		<i>Fizika; kémia:</i> fordítottan arányos mennyiségek.
Lineáris függvények. Rendszerező ismétlés. Lineáris kapcsolatok felfedezése a hétköznapokban.		<i>Fizika; kémia:</i> egyenesen arányos mennyiségek.
<p>Másodfokú függvények. Teljes négyzetté kiegészítés. Hatványfüggvények. Negatív egész kitevőjű hatványfüggvények. Abszolútérték-függvény. (Több abszolút értéket tartalmazók is.) Egészrész-, törtrész-, előjelfüggvény, Dirichlet-féle függvény. Gyökfüggvények. Függvények inverze. Összetett függvények.</p>		
<p>Függvénytranszformációk. A tanult függvények többlépéses transzformációi. $f(ax + b)$ ábrázolása A transzformációk rendszerezése, transzformációs sorrend $f(x)$ és $f(x)$ ábrázolása. Adott tulajdonságú függvények konstruálása.</p>		

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Függvények. Hegyesszögek szögfüggvényei, szögfüggvények általánosítás	Órakeret 15 óra
Előzetes tudás	Hasonlóság alkalmazása számolási feladatokban. Pitagorasz-tétel.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Síkbeli és térbeli ábra készítése a valós geometriai problémáról. Számítási feladatok, a megoldáshoz alkalmas szögfüggvény megtalálása. Számológép, számítógép használata.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Távolságok, magasságok meghatározása arányokkal. A valóság kicsinyített ábrájáról szögeket és szakaszokat határozzunk meg méréssel és számolással.</p> <p>A hegyesszögek szögfüggvényeinek definíciója. Szögfüggvény értékének meghatározása számológéppel. Számítási feladatok szögfüggvények használatával síkban és térben.</p>		<i>Fizika:</i> lejtőn mozgó testre ható erők kiszámítása.
<p>Pótszögek szögfüggvényei. Összefüggések egy hegyesszög szögfüggvényei között. Egyszerű trigonometrikus összefüggések bizonyítása. Nevezetes szögek szögfüggvényei: 30°; 60°; 45°. (Megtanulandók.) 18°, 36°, 54°, 72°. (Kiszámolás az „aranyháromszögből”.)</p>		

<p>A fejlesztés várt eredményei az évfolyam végén</p>	<p><i>Számelmélet, algebra</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Racionális és irracionális számok, a valós számok halmazának szemléletes fogalma, véges és végtelen tizedes törtek, számegyenes alkalmazása. – Számok normálalakja, normálalakkal végzett műveletek alkalmazása. – A gyökvonás fogalmának ismerete, a gyökvonás azonosságainak alkalmazása, gyökös egyenletek megoldása. – Első- és másodfokú, és másodfokúra visszavezethető egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek, szöveges feladatok megoldása. – Másodfokú függvényekre vezető szélsőérték-problémák megoldása. – A számológép használata. <p><i>Geometria</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Egybevágósági és hasonlósági transzformációk ismerete, alkalmazása szerkesztési és bizonyítási feladatokban, a művészetekben való alkalmazás ismerete. – Egybevágó ponthalmazok, hasonló ponthalmazok tulajdonságainak ismerete, alkalmazása. – Pitagorasz tétel ismerete, alkalmazása. – Hegyesszögek szögfüggvényeinek értelmezése, számolás szögfüggvényekkel. Szögfüggvények közötti összefüggések ismerete, alkalmazása. – <i>Ceva-, Menelaosz-, Ptolemaiosz-, Euler-tétel ismerete, alkalmazása.</i> <p><i>Trigonometria</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – A hegyesszögek szögfüggvényei. <p><i>Függvények, sorozatok</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – A függvény fogalmának mélyülése. Új függvényjellemzők ismerete: korlátosság, periodicitás. – Függvény ábrázolása, jellemzése. – Függvénytranszformációk elvégzése. – Mindennapjainkhoz, más tantárgyakhoz kapcsolódó folyamatok elemzése a megfelelő függvény grafikonja alapján.
--	--

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok Halmazok, ponthalmazok	Órakeret 27 óra
Előzetes tudás	Csoportosítás különböző szempontok alapján. Halmazműveletek véges halmazokon. Halmazábra. Számhalmazok, ponthalmazok. Matematikai állítások elemzése, igaz és hamis állítások.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A halmaz fogalmának ismerete, alkalmazása problémamegoldásra, matematikai modellek alkotására. Több szempont alkalmazása – megosztott figyelem fejlesztése. Feladatmegoldási rutin mélyítése. Definíciók, jelölések használata – az emlékezet fejlesztése.	
	Konstrukciók. Lehetetlenségi bizonyítások. Adott tulajdonságú objektumok konstruálása. Adott tulajdonságú halmazok konstruálása. Ábrák színezése, lefedése adott feltételek szerint. Annak indoklása, hogy valamely konstrukció nem hozható létre. (Invariáns mennyiség keresése.)	
	Logika. Logikai műveletek (negáció, konjunkció, diszjunkció, implikáció, ekvivalencia) és tulajdonságaik Összevetés a halmazműveletek tulajdonságaival. Rendszerező ismétlés feladatokon keresztül. A köznapi szóhasználat és a matematikai szóhasználat összevetése. Logikai és halmazelméleti műveletek kapcsolata. <i>Következtetések. Normálformák. A logikai áramkörök elméletének elemei.</i> Matematikatörténet: Pólya György, George Boole.	
	Kombinatorika. Permutáció – ismétlés nélkül és ismétléssel. Variáció – ismétlés nélkül és ismétléssel. Kombináció – ismétlés nélkül és ismétléssel Jelek használata: $n!$, n alatt a k. Binomiális együtthatók, egyszerű tulajdonságaik. Pascal-háromszög és tulajdonságai. Binomiális tétel. Matematikatörténet: Blaise Pascal, Erdős Pál. Néhány kombinatorikus geometriai feladat. n pont maximum hány egyenest határoz meg? n egyenesnek maximum hány metszéspontja lehet? n egyenes maximum hány részre osztja a síkot? Gráfok. Néhány probléma ábrázolása gráfokkal. Gráfelméleti alapfogalmak. Vonalak, körök, utak (séta, vonal, út, kör). <u>Összefüggőség, fák.</u> Euler-vonal. Euler-körvonal. <i>Hamilton-kör. Hamilton-út.</i>	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Számelmélet, algebra Valós számok	Órakeret 15 óra
Előzetes tudás	Természetes számok, egész számok, racionális számok halmaza. Műveletek elvégzése a racionális számok halmazán fejben, írásban, számológéppel. Műveletek sorrendje, zárójelek használata. Hatványozás.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Számkörbővítés elveinek megértése, a valós számok halmazának ismerete. Gondolkodás: ismeretek rendszerezésének fejlesztése. Indirekt bizonyítási módszer alkalmazása. Absztrakciós készség fejlesztése.	
<p>Az n-edik gyök fogalma. A gyökkvonás azonosságai. Páros és páratlan gyökkitevő. Bevitel a gyökjel alá. Kivitel a gyökjel alól. <i>A szerkeszthetőség néhány kérdése.</i></p> <p>Permanenciaelv. A racionális kitevőjű hatványok. Számolás racionális kitevőjű hatványokkal, gyökös kifejezésekkel.</p> <p>A hatványfogalom kiterjesztése irracionális kitevőre. Hatványozás kiterjesztése valós kitevőre.</p> <p>A logaritmus fogalma. Logaritmus értékének meghatározása a definíció alapján és számológéppel. A logaritmus azonosságai. Szorzat, hányados, hatvány logaritmus, áttérés más alapú logaritmusra. Az értelmezési tartomány változásának vizsgálata az azonosságok kétirányú alkalmazásánál. A logaritmus azonosságainak alkalmazása kifejezések számértékének meghatározására, kifejezések átalakítására. <i>Logaritmustáblázat.</i></p> <p>Matematikatörténet: Napier, Kepler. A logaritmus fogalmának kialakulása.</p>	<p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> zajszenyezés.</p> <p><i>Kémia:</i> pH-számítás.</p>	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Számelmélet, algebra Algebrai kifejezések használata	Órakeret 4 óra
Előzetes tudás	Összefüggések leírása algebrai kifejezésekkel, $(a \pm b)^2$, $a^2 - b^2$, helyettesítési érték, zárójelfelbontás.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Algebrai kifejezések biztonságos használata, célszerű átalakítási módok megtalálása, elvégzése.	
<p>Számítani, mértani, négyzetes és harmonikus közép, hatványközép, és a köztük lévő egyenlőtlenség. Algebrai bizonyítás két és több tagra. Szélsőérték-feladatok közepek segítségével. Kapcsolat: másodfokú függvények vizsgálata.</p>		

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Számelmélet, algebra Egyenlet, egyenlőtlenség, egyenletrendszer	Órakeret 22 óra
Előzetes tudás	Egyismeretlenes, elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása. Alaphalmaz vizsgálata, ellenőrzés. Azonosság. Szöveges feladatok – matematikai modell alkotása.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; az ellenőrzés fontossága. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a problémának megfelelően. Számológép használata. Az önellenőrzés képességének fejlesztése.	
Exponenciális egyenletek, egyenletrendszerek, egyenlőtlenségek. Megoldás a definíció és az azonosságok alkalmazásával. Exponenciális egyenletre vezető valós problémák megoldása.		<i>Földrajz:</i> globális problémák (pl. demográfiai mutatók, a Föld eltartó képessége és az élelmezési válság, betegségek, világjárványok, túltermelés és túlfogyasztás).
Logaritmikus egyenletek egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek Megoldás a definíció és az azonosságok alkalmazásával. Értelmezési tartomány vizsgálatának fokozott szükségessége logaritmusos egyenleteknél.		<i>Kémia:</i> pH-számítás
Paraméteres exponenciális és logaritmusos egyenletek.		

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Statisztika, valószínűség	Órakeret 17 óra
Előzetes tudás	Kombinatorikai ismeretek.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A valószínűség és a relatív gyakoriság fogalmának mélyítése, kapcsolatuk belátása.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Véletlen jelenségek megfigyelése. Kocka- és pénzérmédobások – csoportmunka.		<i>Informatika:</i> véletlen jelenségek számítógépes szimulációja.
Esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, komplementer esemény. Műveletek eseményekkel. Egyszerűbb események valószínűsége. Klasszikus valószínűségi modell. A valószínűség meghatározása kombinatorikus eszközökkel.		
Geometriai valószínűség. Feltételes valószínűség, függetlenség. Teljes valószínűség tétele, Bayes tétele.		

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Függvények Algebrai függvények	Órakeret 5 óra
Előzetes tudás	Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben. Lineáris függvények, fordított arányosság függvénye.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A tanult függvények felidézése. Függvénytranszformációk algebrai és geometriai megjelenítése. Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvénymodell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Számítógép bevonása a függvények ábrázolásába, vizsgálatába. Logikus, pontos gondolkodás, fogalmazás fejlesztése.	
Exponenciális függvények.		
Logaritmikus függvények.		<i>Fizika:</i> régészeti leletek – kormeghatározás.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Geometria Alapfogalmak, ponthalmazok, egybevágósági transzformációk	Órakeret 10 óra
Előzetes tudás	Térelemek kölcsönös helyzete, távolsága. Háromszögek, négyszögek, sokszögek tulajdonságai. Speciális háromszögek, négyszögek elnevezése, felismerése, tulajdonságaik. Háromszögek szerkesztése alapadatokból.. A Pitagorasz-tétel ismerete. Geometriai transzformációk, a szimmetria felismerése környezetünkben, alkalmazásuk egyszerű feladatokban.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A geometriai szemlélet, látásmód fejlesztése. A definíciók és tételek pontos ismerete. Bizonyítások gyakorlása. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). A geometriai transzformációk átfogó ismerete, alkalmazása problémamegoldásban. Szimmetria szerepének felismerése a matematikában, a művészetekben. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Számítógép használata geometriai feladatokban.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Műveletek vektorokkal: Összeadás, kivonás, számmal való szorzás. Vektorfelbontás tétele. Osztópont helyvektora, háromszög súlypontjának helyvektora. Feuerbach-kör. Vektorok térben. Vektor koordinátái. Analógia a számhalmazokon végzett műveletekkel.		<i>Fizika:</i> vektormennyiségek: erő, sebesség, gyorsulás, térerősség.

Tematikai egység/	Geometria	Órakeret
-------------------	-----------	----------

Fejlesztési cél	Hasonlóság és kapcsolódó tételek	22 óra
Előzetes tudás	Egybevágósági transzformációk. A háromszögek egybevágóságának alapesetei. Számítási és mértani közép. A számítási és a mértani közép közötti egyenlőtlenség.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A geometriai szemlélet, látásmód fejlesztése. A definíciók és tételek pontos ismerete. Bizonyítások gyakorlása. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Számítógép használata geometriai feladatokban.	
	Két kör közös érintői. Középponti szög, a hozzá tartozó körív és körcikk. Szögek mérése. Kerületi és középponti szögek tétele. Kerületi szögek tétele. Látószögekörív. Húrnégyszög tétele és megfordítása. Feuerbach-kör. Érintőnégyyszögek tétele és megfordítása. A talpponti háromszög tulajdonságai. Ptolemaiosz-tétel. Érintő és szelőszakaszok tétele. Szelőszakaszok tétele. Aranymetszés. Pontnak körre vonatkozó hatványa.	
	További nem távolságtartó transzformációk. Merőleges affinitás. Kapcsolat a függvénytranszformációkkal. <i>Inverzió és tulajdonságai.</i>	
	Matematikatörténet: Euler. Ptolemaiosz, Feuerbach, Héron.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Függvények. Hegyszögek szögfüggvényei, szögfüggvények általánosítás, trigonometria	Órakeret 48 óra
Előzetes tudás	Hasonlóság alkalmazása számolási feladatokban. Pitagorasz-tétel.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Síkbeli és térbeli ábra készítése a valós geometriai problémáról. Számítási feladatok, a megoldáshoz alkalmas szögfüggvény megtalálása. Számológép, számítógép használata.	
	Ismeretek/fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
	A szögfüggvények általános értelmezése. Forgásszög, egységvektor, vektorkoordináták. A szögfüggvények előjele a különböző síknegyedekben. Szögfüggvények közötti összefüggések. Egyszerű trigonometrikus összefüggések bizonyítása. A trigonometrikus függvények. A szögfüggvények értelmezési tartománya, értékkészlete, zérushelyek, szélsőérték, periódus, monotonitás. A trigonometrikus függvények transzformáltjai, függvényvizsgálat. Egyszerű trigonometrikus egyenletek.	<i>Fizika:</i> harmonikus rezgőmozgás, hullámmozgás leírása. <i>Informatika:</i> grafikonok elkészítése számítógépes programmal.

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
-------------------------------------	---------------------

<p>A vektorok koordinátaival végzett műveletek és tulajdonságaik. A vektor 90°-os elforgatottjának koordinátái.</p>	
<p>Két vektor skaláris szorzata. A skaláris szorzat tulajdonságai. A skaláris szorzás alkalmazása számítási és bizonyítási feladatokban. Merőleges vektorok skaláris szorzata. Szükséges és elégséges feltétel. Két vektor skaláris szorzatának kifejezése a vektorkoordináták segítségével. <i>A skaláris szorzat és a Cauchy-egyenlőtlenség kapcsolata.</i></p>	<p><i>Fizika:</i> munka, elektromosság.</p>
<p>A háromszög területének kifejezése két oldal és a közbezárt szög segítségével.,A háromszög egy oldalának kifejezése a köré írt kör sugara és szemközti szög segítségével. Szinusztétel. Koszinusztétel. A tételek pontos kimondása, bizonyítása. Kapcsolat a Pitagorasz-tétellel. Általános háromszög adatainak meghatározása. Egyértelműség vizsgálata. Szög, távolság, terület meghatározása. Bizonyítási feladatok.</p>	<p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> pontthalmazok adatainak meghatározása. <i>Földrajz:</i> távolságok, szögek kiszámítása – terepmérési feladatok. GPS-helymeghatározás.</p>
<p>Szögfüggvények közötti összefüggések. Addíciós tételek: két szög összegének és különbségének szögfüggvényei, egy szög kétszeresének szögfüggvényei, félszögek szögfüggvényei, két szög összegének és különbségének szorzattá alakítása. A trigonometrikus azonosságok használata, több lehetőség közül a legalkalmasabb összefüggés megtalálása. Trigonometrikus kifejezések értékének meghatározása. Háromszögekre vonatkozó feladatok addíciós tételekkel. <i>Tangenstétel.</i></p>	
<p>Trigonometrikus egyenletek. (Ekvivalens átalakítások.) Trigonometrikus egyenlőtlenségek. <i>Trigonometrikus egyenletrendszerek.</i> <i>Paraméteres trigonometrikus feladatok.</i> <i>Időtől függő periodikus jelenségek vizsgálata.</i> <i>Trigonometrikus kifejezések szélsőértékének keresése.</i></p>	<p><i>Fizika:</i> rezgőmozgás, adott kitéréshez, sebességhez, gyorsuláshoz tartozó időpillanatok meghatározása.</p>

<p>A fejlesztés várt eredményei az évfolyam végén</p>	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Logikai műveletek és tulajdonságaik ismerete. – Definíció, tétel felismerése, az állítás és megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése. – Bizonyítási módszerek ismerete, a skatulyaelv alkalmazása feladatmegoldás során. – Konstruktív feladatok megoldása, lehetetlenség bizonyítása. – Gráfok használata gondolatmenet szemléltetésére. <p><i>Számelmélet, algebra</i></p> <p>Exponenciális és logaritmikus egyenletek megoldása.</p> <ul style="list-style-type: none"> – Prímekre vonatkozó tételek, sejtések ismerete. – Nevezetes közepek alkalmazása szélsőérték-problémák megoldásában. – A számológép használata. <p><i>Geometria</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Tételek ismerete, távolság és szög fogalma, mérése. – Nevezetes pont-halmazok rendszerezése, alkalmazása. – A kör és részeinek ismerete. – Körrel kapcsolatos tételek alkalmazása (kerületi és középponti szögek tétele, húrnégyszögek és érintőnégyyszögek tételei). – Vektor fogalmának, vektorműveleteknek az ismerete. Vektorfelbontás, vektorkoordináták meghatározása adott bázisrendszerben. <p><i>Trigonometria</i></p> <p>A szögfüggvények általánosítása. Két vektor skaláris szorzata.</p> <ul style="list-style-type: none"> – Jártasság a háromszögek segítségével megoldható problémák önálló kezelésében, szinusztétel, koszinusztétel alkalmazása <p>Trigonometrikus egyenletek megoldása, az azonosságok alkalmazása, az összes gyök megtalálása.</p> <p><i>Függvények, sorozatok</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Mindennapjainkhoz, más tantárgyakhoz kapcsolódó folyamatok elemzése a megfelelő függvény grafikonja alapján. (<u>logaritmikus és exponenciális</u>) <p><i>Valószínűség, statisztika</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Véletlen esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, véletlen kísérlet, esély/valószínűség fogalmak ismerete, használata. A műveletek elvégzése az eseménytérben. – A valószínűség klasszikus modelljének alkalmazása. – A geometriai valószínűség alkalmazása.
--	---